مجله علوم و فنون هسته‌ای، دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲

Journal of Nuclear Science and Technology
Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024

بررسی ارتباط آبشارهای مدل R، Q و QI در سیستم‌های چندجزیی به روش سانتریفیوژ گازی

فاطمه منصورزاده*[۱]، علی نوروزی[۲]

۱. پژوهشکده چرخه سوخت هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۸۴۸۶-۱۱۳۶۵، تهران- ایران
۲. شرکت فن‌آوری‌های پیشرفته ایران، سازمان انرژی اتمی، صندوق پستی: ۵۵۴۳۱-۱۴۳۹۹، تهران- ایران

*Email: fmansourzadeh@aeoi.org.ir

مقاله‌ی پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۶/۲۸ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۱/۱۷

چکیده

در این تحقیق به مقایسه تحلیلی و عددی آبشار جریان برگشتی مدل R با آبشارهای مدل Q و QI در سیستم‌های چندجزیی پایدار پرداخته می‌شود. در این راستا برای اولین بار کدهای عددی جهت طراحی آبشارهای مدل R و QI به منظور مقایسه با کد تحلیلی طراحی آبشار مدل Q در نرم‌افزار متلب نوشته شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که برای دو جزء k_1 و k_2 از خوراک با N_c جزء، تعداد معدودی آبشار مدل R قابل تعریف است که همگی حالات خاصی از آبشار QI برای جزء k_1 می‌باشد. هم‌چنین یافته‌ها نشان می‌دهد که مجموع مقدار برش جزیی برای دو جزء k_1 و k_2 در آبشار R همیشه برابر با یک است. از این طریق نشان داده می‌شود در صورتی که میانگین حسابی جرم دو ایزوتوپ k_1 و k_2 در آبشار تطبیق یافته برابر با پارامتر M^* در آبشار Q باشد، دقیقاً شرایط آبشار R در آن فراهم می‌گردد. بنابراین آبشار R حالت خاصی از آبشارهای QI و Q می‌باشد. هم‌چنین بررسی‌های عددی نشان می‌دهد که آبشار مدل QI گستره وسیعی از آبشارها را در بر می‌گیرد و با انتخاب صحیح برش در آن می‌توان به شرایط بهینه‌ای دست یافت که علاوه بر دست‌یابی به غنای مورد نظر از ایزوتوپ مطلوب، کم‌ترین نرخ جریان میان مرحله‌ای کل ایجاد شود. به عنوان نمونه نتایج برای ایزوتوپ‌های ۴ و ۹ زینان نشان می‌دهد که مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای در مقایسه با آبشار Q و R برای آبشار QI بهینه است. بدین ترتیب می‌توان آبشار QI را به طور قطع، کامل‌ترین آبشار مدل جهت طراحی اولیه دانست که به ترتیب آبشارهای Q و R حالت‌های خاصی از آن را دربر می‌گیرند.

کلیدواژه‌ها: جداسازی، ایزوتوپ‌های پایدار، آبشار مدل R، آبشار مدل Q، آبشار مدل QI

Investigating the R, Q, QI model cascades in multicomponent system by gas centrifuge

F. Mansourzadeh*[1], A. Norouzi[2]

1. . Nuclear Fuel Cycle Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOI, P.O.Box:11365-8486, Tehran-Iran
2. Advanced Technologies Company of Iran, AEOI, P.O. Box: 14399-55431, Tehran - Iran

Research Article

Received 19.9.2022, Accepted 6.2.2023

Abstract

In this research, the analytical and numerical comparison of the R model cascade with Q and QI model cascades for stable isotope separation has been done. In this regard, the numerical codes for the design of the R and QI model cascade for comparison to the analytical Q model cascade have been written in MATLAB software. The results show that for two components k1 and k2, a few R-cascades are special states of the QI cascade for the k1 component. Also, the findings show that the sum of the partial cut values for two components k1 and k2 in the cascade R is always equal to one ($\theta k1,s+ \theta k2,s=1$). Based on the results, if the parameter M* in the Q model is equal to the mean value of the two components, k1, and k2, in the R model, these two models are the same. Therefore, the R cascade is a special case of QI and Q cascades. The QI cascade encompasses a wide range of cascades, and by choosing the right cut in it, optimal relations can be achieved. For example, the results for isotopes 4 and 9 of Xe show that the total flow rate is optimal for the QI cascade. This is compared to the Q and R models.

Keywords: Separation, Stable isotopes, R model, Q model, QI model

۱. مقدمه

بسیاری از عناصر موجود در طبیعت دارای ایزوتوپ‌های مختلف بوده که هر کدام از آن‌ها خواص متفاوتی دارند. از بین عناصر طبیعی، ۶۲ عنصر دارای چند ایزوتوپ پایدار هستند که مجموع آن‌ها به عدد ۲۸۶ می‌رسد. ایزوتوپ‌های پایدار را براساس کاربردشان می‌توان به ایزوتوپ‌های مورد استفاده در صنعت، پزشکی (تشخیص، درمان و تسکین بیماری)، کشاورزی، محیط‌زیست و تحقیقاتی طبقه‌بندی نمود [۱].

اولین تلاش‌ها جهت جداسازی ایزوتوپ عناصر مختلف، مربوط به غنی‌سازی دوتریم، کلر و اورانیم می‌باشد [۲، ۳]. اما به مرور زمان ایزوتوپ‌های عناصر دیگر و در نتیجه غنی‌سازی آن‌ها مورد توجه قرار گرفت. عناصری چون روی، زینان، سلنیوم، تلوریم، مولیبدن، ژرمانیم و ... دارای ایزوتوپ‌های ارزشمندی هستند که در صنعت غنی‌سازی جدا می‌شوند. نکته قابل توجه در استفاده از ایزوتوپ عناصر مختلف این است که هر کدام از آن‌ها بسته به نوع کاربرد، بایستی دارای یک غنای مشخص و در برخی موارد غنای بیش از نود درصد باشند. این در حالی است که در اکثر این مواد، ایزوتوپ مورد نظر، دارای غنای طبیعی بسیار پایین بوده و لذا جهت رسیدن به غنای مورد نظر روش‌های مختلف غنی‌سازی از جمله سانتریفیوژ گازی، الکترومغناطیس و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند.

تئوری جداسازی ایزوتوپ‌های چند جزیی به دلیل تعداد زیاد ایزوتوپ‌ها و تأثیر همه اجزا بر انتقال ایزوتوپ هدف، بسیار پیچیده و در مقایسه با جداسازی مخلوط‌های دو جزیی (مثل اورانیم) دارای ابعاد گسترده‌تری می‌باشد. برخلاف دو جزء ابتدایی و انتهایی که در طول آبشار رفتار یکنواختی را نشان می‌دهند و هر کدام به سمت دو انتهای آبشار در حال افزایش‌اند، غنی‌سازی اجزاء میانی به شدت به ترکیب درصد ایزوتوپ‌ها در خوراک و عدد جرمی آن‌ها بستگی دارد. بنابراین ممکن است غلظت برخی از اجزاء در برخی مراحل آبشار تغییر محسوسی نکند و این بدان معناست که غنی‌سازی اجزاء میانی در یک آبشار محدود می‌باشد.

اولین مرحله در فرایند طراحی آبشار جهت عملیاتی نمودن آن، ایجاد یک آبشار مدل است که پس از آن مربعی کردن آبشار جهت جداسازی عملی ایزوتوپ‌های چندجزیی به عنوان مرحله دوم در طراحی آبشار در نظر گرفته می‌شود. بر اساس یک آبشار مدل و با در نظر گرفتن ملاحظات اقتصادی و مهندسی، تقریب مربعی‌سازی یک آبشار عملی ارائه می‌کند. بر خلاف جداسازی ایزوتوپ‌های دوجزیی مانند اورانیم، مدل‌های مختلفی برای آبشارهای جداسازی ایزوتوپ‌های چند جزیی معرفی شده است.

اولین بار در سال ۱۹۶۱ دلاگارزا و همکاران، نظریه آبشار ایده‌آل را به مخلوط‌های چندجزیی تعمیم دادند که آبشار مدل تطبیق یافته R نام گرفته است [۴، ۵]. مبانی آبشار Q توسط کوچروو و مینکو در سال ۱۹۶۵ [۶] بیان شد و در سال ۱۹۷۰ توسط کلکوتسو معرفی شد [۷]. آبشار QI بر اساس مبانی آبشار ایده‌آل نیز برای سیستم‌های دوجزیی توسط اپلبلات و ایلمد در سال ۱۹۶۸ معرفی گردید [۸]. برای بررسی این مدل‌ها در ابتدا روش‌های حل تحلیلی توسط محققین ارائه شد که با پیشرفت محاسبات عددی، روش‌های عددی جهت تعیین پارامترهای آبشار در جداسازی ایزوتوپ های چند جزیی نیز معرفی شد [۹].

تا به امروز، تعداد قابل توجهی از مقالات منتشر شده به تجزیه و تحلیل جنبه‌های مختلف جداسازی مخلوط ایزوتوپی در آبشارها اختصاص داده شده است. برخی از آن‌ها به بررسی آبشارهای مدل پرداخته‌اند [۱۰-۱۲]، در برخی به معرفی روش‌های جداسازی ایزوتوپی [۱۳-۱۷] و در برخی دیگر آبشارهای مدل را با شرایط بهینه مقایسه کرده و به معرفی آبشارهای بهینه پرداخته‌اند [۱۸-۲۱]. اما تاکنون در تعداد معدودی از مقالات به مقایسه آبشارهای مدل اشاره شده است. سولابریدز و همکاران در سال ۲۰۰۵ با اشاره به این که آبشار R حالتی خاص از آبشار QI می‌باشد به استفاده از روابط تحلیلی پرداختند، اما به تحلیل معادلات و چگونگی این امر اشاره‌ای نکردند [۱۲]. سونگ و همکاران در سال ۲۰۱۰ به منظور مقایسه آبشار بهینه و آبشار مدل از روابط تئوری موجود جهت بهینه‌سازی آبشار R استفاده کردند [۲۰]. در این راستا با اشاره به این‌که پارامتر M* در صورتی که برابر با میانگین جرمی دو ایزوتوپ کلیدی در آبشار R باشد، روابط آبشار مدل Q برای آبشار مدل R قابل استفاده است، اما چگونگی این امر را بیان نکردند. زنگ و همکاران در سال ۲۰۱۲ به تشریح آبشار Q پرداخته و نشان دادند با توجه به این‌که پارامتر Q در طول آبشار ثابت است، در نتیجه برش جزیی نیز برای ایزوتوپ مورد نظر در طول آبشار ثابت بوده و آبشار Q در طبقه QI قرار می‌گیرد و رابطه این دو پارامتر را با هم به‌دست آوردند [۱۱]. سولابریدز و همکاران نیز در سال ۲۰۲۰ در یک مقاله به تقسیم‌بندی آبشارهای مدل و بیان معادلات و فرض‌های لازم در هر یک پرداخته‌اند که تنها جنبه تئوری و تحلیلی دارد [۲۲].

در این مقاله پس از معرفی آبشارهای مدل، به مقایسه آبشارهای مدل Q و QI با آبشار R پرداخته و ارتباط آن‌ها به شکل تحلیلی نشان داده می‌شود. هم‌چنین در این تحقیق قانون کلی در آبشار R نشان داده می‌شود در حالی که در مراجع قبل به این رابطه اشاره‌ای نشده است. سپس برای اولین بار کدهای عددی جهت طراحی این مدل‌ها تهیه و روابط تحلیلی به‌دست

آمده جهت صحه‌گذاری و مقایسه در کدهای تهیه شده قرار می‌گیرند. بنابراین در این تحقیق به شکل عددی و تحلیلی نشان داده می‌شود که آبشار مدل تطبیق یافته R حالتی خاص از آبشارهای Q و QI می‌باشد. بنابراین ثابت می‌شود که جهت مدل‌سازی، تعداد آبشارهای R محدودتر از Q و آن هم محدودتر از QI بوده و بی‌نهایت آبشار QI وجود دارد که دست‌یابی به شرایط بهینه را در مدل‌سازی تا حد ممکن فراهم می‌کند. به عبارتی دیگر نشان داده می‌شود که آبشار تطبیق یافته R برای جداسازی متقارن دو جزء k_1 و k_2 یک آبشار QI است که برش جزیی برای جزءهای k_1 و k_2 در تمام مراحل ثابت می‌باشد. در این راستا از کد تهیه شده در نرم‌افزار متلب جهت مدل‌سازی آبشارها و مقایسه عددی آن‌ها با یک‌دیگر استفاده شده است. پس از آن با استفاده از کد تهیه شده سه نمونه تست کیس برای نشان دادن این امر ارائه می‌شود. پس از آن نشان داده می‌شود که امکان دست‌یابی به آبشار بهینه با استفاده از آبشار QI میسر است و در دو حالت آبشار QI محاسبه می‌شود که نسبت به آبشار R در حالت بهینه‌تری قرار دارد.

۲. تئوری کار و معادلات حاکم

در شکل ۱ جریان‌های میان مرحله‌ای با نرخ جریان M_s و N_s و ترکیب درصدهای $y_{i,s}$ و $x_{i,s}$ و جریان‌های پسماند و محصول W و P با ترکیب درصد $x_{i,w}$ و $y_{i,p}$ نشان داده شده است ($i = ۱, ۲, \dots N_c$). تعداد مراحل آبشار برابر N و تعداد ایزوتوپ‌ها در خوراک برابر Nc می‌باشد. جریان خوراک با نرخ F در مرحله s_f با غنای $z_{i,f}$ وارد آبشار می‌شود [۹، ۲۱]. معادلات (۱) تا (۱۳) مربوط به موازنه جریان و جرم در تمام مراحل آبشار و نیز نقاط تلاقی جریان‌ها در زیر آورده شده است.

$$Z = M_{s-1} + N_{s+1} \quad , \quad s \neq s_f \qquad (۱)$$

$$Z = M_{s-1} + N_{s+1} + F \quad , \quad s = s_f \qquad (۲)$$

$$Z = M_{s-1} \quad , \quad s = S \qquad (۳)$$

$$Z = N_2 \quad , \quad s = 1 \qquad (۴)$$

$$M_s = Z\,\theta_s \qquad (۵)$$

$$N_s = Z\,(1-\theta_s) \qquad (۶)$$

$$Zz_{i,s} = M_s y_{i,s} + N_s x_{i,s} \qquad (۷)$$

$$Zz_{i,s} = M_{s-1} y_{i,s-1} + N_{s+1} x_{i,s+1} + Fz_{i,F}\ , s \qquad (۸)$$

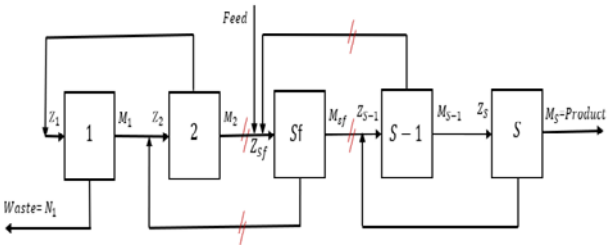
$$Zz_{i,s} = M_{s-1} y_{i,s-1} + N_{s+1} x_{i,s+1} \quad , s \neq s_f \qquad (۹)$$

$$Zz_{i,s} - M_{s-1} y_{i,s-1} = 0 \quad , s = s \qquad (۱۰)$$

$$Zz_{i,s} - N_{s+1} x_{i,s+1} = 0 \quad , s = 1 \qquad (۱۱)$$

$$a_{ij,s} = \frac{(y_{i,s} / y_{j,s})}{(x_{i,s} / x_{j,s})} = a_{o,s}^{(Mj-Mi)}, (i = j-1, j = 2, \cdots, N_c) \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{i=1}^{N_c} z_{i,s} = \sum_{i=1}^{N_c} y_{i,s} = \sum_{i=1}^{N_c} x_{i,s} = 1 \qquad (۱۳)$$



شکل ۱. نمایی از یک آبشار مخروطی متقارن.

در ارایه هریک از آبشارهای مدل نیز فرضیاتی در نظر گرفته شده است که در ادامه بیان می‌شود.

۱.۲ آبشار مدل R

آبشار مدل R برای دو جزء k_1 و k_2 که در آن جرم مولکولی جزء k_1 از جزء k_2 کم‌تر است مطرح می‌شود. در این آبشار شرط انطباقی زیر بین نسبت‌های فراوانی اجزاء k_1 و k_2 در یک نقطه تلاقی در نظر گرفته می‌شود [۵، ۹]. در آبشار تطبیق یافته برای دو جزء k_1 و k_2 نسبت فراوانی در مراحل به شکل زیر با هم مرتبط هستند:

$$R''_{(k_1,k_2),s+1} = R_{(k_1,k_2),s} = R'_{(k_1,k_2),s-1} \qquad (۱۴)$$

که تعریف R'، R'' و R به عنوان نسبت فراوانی برای دو جزء k_1 و k_2 به ترتیب در جریان‌های غنی شده، تهی شده و خوراک در مرحله sام برابر است با:

$$R'_{(k_1,k_2),s} = \frac{y_{k_1,s}}{y_{k_2,s}} \qquad (۱۵)$$

$$R''_{(k_1,k_2),s} = \frac{x_{k_1,s}}{x_{k_2,s}} \qquad (۱۶)$$

$$R_{(k_1,k_2),s} = \frac{z_{k_1,s}}{z_{k_2,s}} \qquad (۱۷)$$

برای بیان ارتباط فاکتورهای غنی‌سازی و تهی‌سازی در آبشار مدل R از تعریف فاکتورهای غنی‌سازی و تهی‌سازی داریم:

$$\beta_{(k_1,k_2),s} = \frac{y_{k_1,s} / y_{k_2,s}}{z_{k_1,n} / z_{k_2,s}} = \frac{R'_{(k_1,k_2),s}}{R_{(k_1,k_2),s}} \qquad (۱۸)$$

$$\gamma_{(k_1,k_2),s} = \frac{z_{k_1,s} / z_{k_2,s}}{x_{k_1,s} / x_{k_2,s}} = \frac{R_{(k_1,k_2),s}}{R''_{(k_1,k_2),s}} \qquad (۱۹)$$

یا به عبارتی دیگر:

$$R'_{(k_1,k_2),s} = \beta_{(k_1,k_2),s} R_{(k_1,k_2),s} \quad (۲۰)$$

$$R''_{(k_1,k_2),s} = \frac{R_{(k_1,k_2),s}}{\gamma_{(k_1,k_2),s}} \quad (۲۱)$$

با استفاده از رابطه (۲۰) و (۲۱) نیز تساوی (۲۲) حاصل می‌شود.

$$\frac{R'_{(k_1,k_2),s-1}}{\beta_{(k_1,k_2),s-1}} = \frac{R_{(k_1,k_2),s}}{\gamma_{(k_1,k_2),s}} \quad (۲۲)$$

بنابراین با استفاده از رابطه (۲۲) و (۱۴) نتیجه کلی (۲۳) در آبشار تطبیق یافته مدل R ارایه می‌شود.

$$\beta_{(k_1,k_2),s} = \gamma_{(k_1,k_2),s+1} \quad (۲۳)$$

با در نظر گرفتن جداسازی متقارن بین جزءهای k_1 و k_2 رابطه (۲۳) به (۲۴) تبدیل می‌شود:

$$\beta_{(k_1,k_2),s} = \gamma_{(k_1,k_2),s} = \sqrt{\alpha_{(k_1,k_2),s}} \quad (۲۴)$$

رابطه (۲۳) یک شرط کلی برای آبشار R است و در صورتی که فاکتور جداسازی ثابت و جداسازی متقارن باشد رابطه (۲۴) قابل استناد است. در حالتی که مقدار فاکتور جداسازی در ماشین سانتریفیوژ تابعی از خوراک ورودی به ماشین و متناسب با نرخ جریان در مراحل مختلف آبشار باشد فاکتور جداسازی برای اختلاف جرم واحد در مراحل مختلف تغییر می‌کند و رابطه کلی (۲۳) باید استفاده گردد.

۲.۲ آبشار مدل QI

در این آبشار به منظور رسیدن به یک حل تحلیلی، مقدار $\theta_{k,s}$ که برش جزیی ایزوتوپ kام می‌باشد (مطابق رابطه (۲۵))، در تمامی مراحل ثابت در نظر گرفته شده است [۹]. منظور از برش جزیی همان ضریب بازیابی در آبشار جداسازی اورانیم است که برای آبشار ایده‌آل ثابت می‌باشد.

$$\frac{y_{k,s} M_s}{z_{k,s} Z_s} = \theta_{k,s} \quad (۲۵)$$

با این وجود این شرط در این مدل ضروری نبوده و مقدار $\theta_{k,s}$ بین مراحل مختلف می‌تواند متفاوت باشد [۹].

۳.۲ آبشار مدل Q

آبشار مدل Q با توجه به حل تحلیلی معادلات زمان کم‌تری به خود اختصاص می‌دهد و برای ارزیابی سریع پارامترهای آبشار و بهینه کردن آن‌ها در جداسازی ایزوتوپ‌ها قابل استفاده است [۷، ۸]. با حل و ساده‌سازی معادلات دیفرانسیل آبشار، مقادیر $x_{i,w}$ و $y_{i,p}$ برای ایزوتوپ‌های مختلف با استفاده از دو معادله (۲۶) و (۲۷) قابل محاسبه است. نسبت نرخ محصول به نرخ خوراک و نیز نرخ پسماند به نرخ خوراک به صورت روابط (۲۸) و (۲۹) محاسبه می‌شود. مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای کل نیز با استفاده از معادله (۳۰) تعیین می‌شود. اثبات این روابط در مراجع [۱۱، ۲۲] آورده شده است.

$$y_{i,P} = \frac{1-\exp(Q_i n_s)}{\exp(-Q_i n_E)-\exp(Q_i n_s)} Z_{i,F} \Big/ \sum_{j=1}^{N_c} \left(\frac{1-\exp(Q_j n_s)}{\exp(-Q_j n_E)-\exp(Q_j n_s)} Z_{i,F}\right) \quad (۲۶)$$

$$x_{i,W} = \frac{\exp(-Q_i n_E)-1}{\exp(-Q_i n_E)-\exp(Q_i n_s)} Z_{i,F} \Big/ \sum_{j=1}^{N_c} \left(\frac{\exp(Q_j n_E)-1}{\exp(-Q_j n_E)-\exp(Q_j n_s)} Z_{i,F}\right) \quad (۲۷)$$

$$\frac{P}{F} = \sum_{j=1}^{N_c} \left(\frac{\exp(Q_j n_s)-1}{\exp(Q_j n_s)-\exp(-Q_j n_E)} Z_{i,F}\right) \quad (۲۸)$$

$$\frac{W}{F} = \sum_{j=1}^{N_c} \left(\frac{\exp(Q_j n_E)-1}{\exp(-Q_j n_E)-\exp(Q_j n_s)} Z_{i,F}\right) \quad (۲۹)$$

$$\sum Z = 2\sum_{i=1}^{N_c} \left\{ \frac{Py_{i,P}[\exp(Q_i n_E)-1] + Wx_{i,W}[\exp(Q_i n_S)-1]}{Q_i^*} + \frac{Py_{i,P} n_E - Wx_{i,W} n_S}{Q_i} \right\} \quad (۳۰)$$

در این روابط، n_E طول یا تعداد مراحل بخش غنی‌سازی و n_S طول یا تعداد مراحل بخش تهی‌سازی آبشار است. پارامتر Q_i برای ایزوتوپ iام از رابطه (۳۱) قابل محاسبه است:

$$Q_i = \varepsilon_0 (M^* - M_i) \quad (۳۱)$$

که M^* در آن عدد جرمی یک جزء فرضی است و جداسازی‌ها بر اساس آن سنجیده می‌شوند. در این روابط ε_0 معادل با لگاریتم α_0 که همان فاکتور جداسازی برای اختلاف جرم واحد است در نظر گرفته شده است.

۳. مقایسه آبشارهای مدل

در این بخش ابتدا به بررسی ارتباط آبشارهای مدل به شکل تحلیلی پرداخته می‌شود و سپس مقایسه عددی آن‌ها نیز انجام می‌شود.

۱.۳ مقایسه تحلیلی

۱.۱.۳ مقایسه آبشار مدل R و مدل QI

از تعریف برش و فاکتور غنی‌سازی در مراحل آبشار داریم:

$$\theta_s = \frac{M_s}{Z_s} = \frac{z_{i,s} - x_{i,s}}{y_{i,s} - x_{i,s}} \quad (۳۲)$$

$$\beta_{ij,s} = \frac{y_{i,s}/y_{j,s}}{z_{i,s}/z_{j,s}} \rightarrow \beta_{ij,s} = \frac{y_{i,s}}{z_{i,s}}.\frac{z_{j,s}}{y_{i,s}} \quad (۳۳)$$

هم‌چنین برای مقادیر $y_{i,s}$ و (β, z) روابط زیر برقرارند [۲۳]:

$$y_{i,s} = \beta_{ij,s} z_{i,s} (\beta,z)^{-1}, (\beta,z) = \sum \beta_{ij,s} z_{i,s} \quad (۳۴)$$

بنابراین از تعریف برش جزیی $\theta_{i,n}$ که در حالت دو جزیی معادل ضریب بازیابی می‌باشد، مطابق رابطه (۳۴)، و با جای‌گذاری $y_{i,s}$ از (۳۵) به رابطه (۳۶) خواهیم رسید:

$$\theta_{i,s} = \frac{M_s}{Z_s}.\frac{y_{i,s}}{z_{i,s}} \quad (۳۵)$$

$$\theta_{i,s} = \frac{M_s}{Z_s}.\frac{\beta_{ij,s}}{\sum \beta_{ij,s} z_{i,s}} \quad (۳۶)$$

هم‌چنین برای برش مراحل رابطه (۳۷) برقرار است [۲۳]:

$$\theta_s = \frac{M_s}{Z_s} = \frac{\delta_{ij,s}}{\varepsilon_{ij,s} + \delta_{ij,s}} (\beta,z) = \frac{(1-\bar{\gamma}_{ij,n})}{\beta_{ij,s} - 1 + 1 - \bar{\gamma}_{ij,s}} \sum \beta_{ij,s} z_{i,s} \quad (۳۷)$$

که در آن:

$$\bar{\gamma}_{ij,s} = \frac{1}{\gamma_{ij,s}}, \delta_{ij,s} = 1 - \bar{\gamma}_{ij,s}, \varepsilon_{ij,s} = \beta_{ij,s} - 1 \quad (۳۸)$$

از قرار دادن مقدار $\frac{M_s}{Z_s}$ مربوط به رابطه (۳۷) در رابطه (۳۶) به رابطه (۳۹) می‌رسیم:

$$\theta_{i,s} = \frac{(1-\bar{\gamma}_{ij,s})}{\beta_{ij,s} - \bar{\gamma}_{ij,s}} . \sum \beta_{ij,s} z_{i,s} . \frac{\beta_{ij,s}}{\sum \beta_{ij,s} z_{i,s}} \quad (۳۹)$$

با انجام عملیات جبری و قرار دادن معادل $\bar{\gamma}_i$ در آن، رابطه (۴۰) را خواهیم داشت:

$$\theta_{i,s} = \frac{(1-\bar{\gamma}_{ij,s})\beta_{ij,s}}{\beta_{ij,s} - \bar{\gamma}_{ij,s}} = \frac{(\beta_{ij,s} - \frac{\beta_{ij,s}}{\bar{\gamma}_{ij,s}})}{(\beta_{ij,s} - \frac{1}{\gamma_{ij,s}})} = \frac{(\beta_{ij,n}\gamma_{ij,n} - \beta_{ij,n})}{\beta_{ij,n}\gamma_{ij,n} - 1)} \quad (۴۰)$$

با ساده‌سازی به رابطه (۴۱) می‌رسیم:

$$\theta_{i,s} = \frac{\alpha_{ij,s} - \beta_{ij,s}}{\alpha_{ij,s} - 1} \quad (۴۱)$$

رابطه (۴۱) یک رابطه کلی می‌باشد. از طرفی دیگر در آبشار تطبیق یافته R برای جداسازی متقارن معمولاً $\beta_{ij,n} = \gamma_{ij,n}$ است. بنابراین برای آبشار R رابطه (۴۱) به رابطه (۴۲) ساده می‌شود.

$$\theta_{i,s} = \frac{\beta_{ij,s}}{(\beta_{ij,s} + 1)} \rightarrow \beta_{ij,s} = \frac{\theta_{i,s}}{(1-\theta_{i,s})} \quad (۴۲)$$

به این ترتیب می‌توان بدون مدل‌سازی آبشار QI، از روابط (۴۱) یا (۴۲) مقدار ضرایب غنی‌سازی و تهی‌سازی را به دست آورد. با توجه به مطالب ارائه شده اگر این رابطه بین برش جزیی و فاکتورهای غنی‌سازی موجود باشد آبشار QI همان آبشار R می‌باشد. بنابراین هر آبشار تطبیق یافته R حتماً QI هم هست اما برعکس آن لزوماً برقرار نیست.

۲.۱.۳ مقایسه آبشار مدل R و مدل Q

با توجه به این‌که در مرجع [۱۱] به تفصیل به ارتباط آبشار مدل Q و QI اشاره شده است از ارائه این مطالب در این بخش خودداری می‌گردد. با استناد به این مرجع ارتباط بین پارامترهای اصلی در دو مدل Q و QI به شکل زیر است:

$$\theta_{i,s} = \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{2}Q_i) \quad (۴۳)$$

با در نظر گرفتن برش جزیی برای دو ایزوتوپ k_1 و k_2 و جایگزینی پارامتر Q_i در آن، روابط زیر را خواهیم داشت:

$$\theta_{k_1,s} = \frac{1}{2}(1+\frac{\varepsilon_0}{2}(M^* - M_{k_1})) \quad (۴۴)$$

$$\theta_{k_2,s} = \frac{1}{2}(1+\frac{\varepsilon_0}{2}(M^* - M_{k_2})) \quad (۴۵)$$

از جمع طرفین روابط فوق رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\theta_{k_1,s} + \theta_{k_2,s} = 1+\frac{\varepsilon_0}{2}(2M^* - M_{k_1} - M_{k_2}) \quad (۴۶)$$

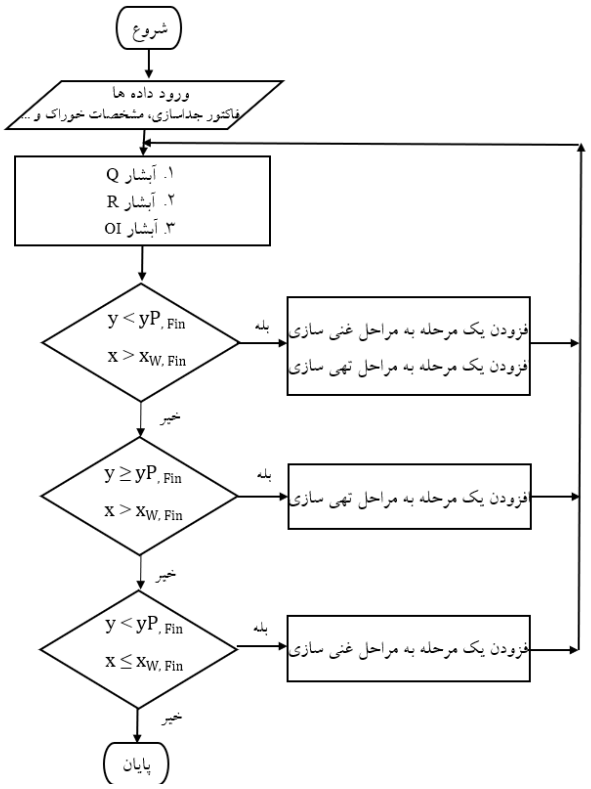
از طرفی دیگر سمت چپ معادله فوق براساس رابطه (۴۲) برابر با عدد ۱ خواهد بود. بنابراین از ساده‌سازی رابطه (۴۶)، رابطه (۴۷) برقرار خواهد شد که ارتباط آبشارهای مدل Q و مدل تطبیق یافته R را برای دو جزء k_1 و k_2 نشان می‌دهد:

$$M^* = \frac{M_{k_1} + M_{k_2}}{2} \quad (۴۷)$$

بنابراین درصورتی که مقدار پارامتر M* برابر با میانگین جرم مولکولی دو ایزوتوپ k_1 و k_2 در خوراک باشد، در این صورت زنجیره Q به زنجیره R تبدیل می‌شود و آبشار R حالت خاصی از آبشار Q می‌شود.

۲.۳ مقایسه عددی

در این بخش به مقایسه عددی سه آبشار مدل پرداخته می‌شود. در این راستا کدهایی برای مدل‌سازی و طراحی زنجیره‌های مدل تهیه و پس از آن به شکل عددی نیز نتایج مقایسه شده‌اند (شکل ۲). ابتدا یک آبشار با استفاده از مدل QI به منظور دست‌یابی به غنای مشخص یک ایزوتوپ خاص در محصول و پسماند آبشار طراحی می‌شود. سپس نتایج به‌دست آمده با نتایج حاصل از طراحی آبشار مدل تطبیق یافته R و Q مورد مقایسه و ارزیابی قرار می‌گیرد و نشان داده می‌شود در حالتی که مقدار برش جزیی $\theta_{k_1,s}$ برای جزء k_1 در آبشار مدل تطبیق یافته R، در طراحی آبشار QI قرار گیرد نتایج برای دو آبشار یکسان خواهد بود. در این راستا یک کد در متلب تهیه شده است که توانایی طراحی آبشار برای جداسازی ایزوتوپ‌های میانی، و هم‌چنین ایزوتوپ‌های ابتدایی و انتهایی را داراست.



شکل ۲. الگوریتم طراحی آبشارهای مدل Q، QI و R.

ساختار این کد شامل سه بخش اصلی است که عبارتند از ورود داده‌ها، بخش شبیه‌سازی و الگوریتم طراحی. پس از ورود داده‌های اولیه، تعداد مراحل برابر با عدد پیش‌فرض قرار می‌گیرد. سپس متناظر با انتخاب کاربر نوع شبیه‌سازی براساس مدل R، Q یا QI انتخاب می‌شود. بر اساس این‌که غنای ایزوتوپ هدف، بزرگ‌تر و یا کوچک‌تر از مقدار مورد نظر یعنی $y_{P,Fin}$ و $x_{W,Fin}$ شود، الگوریتم طراحی سه مسیر اصلی را در پیش می‌گیرد. اگر غنای ایزوتوپ هدف در جریان سبک کوچک‌تر از $y_{P,Fin}$ و در جریان سنگین بزرگ‌تر از $x_{W,Fin}$ شود، یک مرحله به مراحل تهی‌سازی و غنی‌سازی اضافه می‌شود. این چرخه تا زمانی‌که یکی از شروط غلظت در جریان سبک یا سنگین اغنا شود ادامه می‌یابد. برحسب این‌که شرط غلظت در جریان محصول یا پسماند تأمین شود، الگوریتم طراحی وارد مسیر دوم و یا سوم می‌شود. مسیر دوم مربوط به حالتی است که غلظت ایزوتوپ هدف در سبک زنجیره به مقدار مورد نظر $y_{P,Fin}$ و یا بیش‌تر از آن رسیده است. بنابراین لازم است یک واحد از تعداد مراحل غنی‌سازی کم شده و به مرحله تهی‌سازی اضافه شود. پس یک مرحله از تعداد مراحل کم شده و مرحله ورود خوراک یک مرحله جلو می‌رود. مسیر سوم مربوط به حالتی است که غلظت ایزوتوپ هدف در جریان سنگین آبشار به مقدار مورد نظر $x_{W,Fin}$ و یا کم‌تر از آن رسیده است. بنابراین

لازم است یک واحد از تعداد مراحل تهی‌سازی و از تعداد کل مراحل زنجیره کم شود. بدین منظور، از تعداد مراحل یکی کم شده و هم‌چنین مرحله ورود خوراک نیز یک واحد به عقب برده می‌شود. بدین ترتیب تا زمانی که شرط غنا در جریان مورد نظر فراهم شود الگوریتم طراحی ادامه می‌یابد. در صورتی که ایزوتوپ مطلوب در جریان سنگین غنی و در جریان سبک تهی شود، تمام موارد فوق اعمال می‌شود تنها با این تفاوت که شروط میانی در الگوریتم عکس می‌شوند.

در الگوریتم شبیه‌سازی دو آبشار جریان برگشتی از نوع تطبیق یافته R و QI نیز ابتدا جریان در مراحل مختلف آبشار به عنوان حدس اولیه در نظر گرفته می‌شود. سپس با استفاده از روش تکرار Q مقدار غلظت تمام ایزوتوپ‌ها در جریان‌های مختلف محاسبه می‌شود. پس از آن با استفاده از روش حل معادلات غیرخطی ناحیه اطمینان و روش کمکی تکنیک پیوسته تمام پارامترها در آبشارهای مدل محاسبه می‌شوند که به تفصیل در مراجع [۹، ۲۴] آورده شده است.

جهت شبیه‌سازی Q نیز از روابط تحلیلی استفاده می‌شود. با تعیین پارامتر M^* و استفاده از روابط (۲۶) و (۲۷)، مقدار y_{kP} و x_{kW} محاسبه و با مقادیر نهایی یعنی $y_{P,Fin}$ و $x_{W,Fin}$ مقایسه می‌شود. بسته به مقدار اعداد محاسبه شده در الگوریتم نیز، مسیر طراحی پیش می‌رود.

قبل از این‌که به ارایه نتایج پرداخته شود، صحت‌سنجی نتایج کدهای تهیه شده با مراجع بررسی می‌شود. در جدول ۱، مقایسه نتایج طراحی تحلیلی آبشار R برای ایزوتوپ kr-۷۸ در مرجع [۲۰] ($y_{P,Fin} > ۰/۲$ و $y_{W,Fin} > ۰/۱۲$) و نتایج عددی طراحی آبشار R در این مقاله ارایه می‌شود.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نتایج کد R با مراجع مطابقت کامل دارد. از طرفی در ادامه نشان داده خواهد شد که آبشارهای Q و QI در شرایطی خاص همان آبشار R هستند. بنابراین صحت تمام کدهای تهیه شده تأیید می‌شود.

جدول ۱. مقایسه کد عددی طراحی آبشار R با مرجع [۲۰]

پارامتر	مرجع [۲۰]	این تحقیق
s_f	۵	۵
s	۲۶	۲۶
$k_۱$	-	۱
$k_۲$	-	۴
M*	۸۰/۵۰	-

۴. نتایج

در ادامه به بررسی و مقایسه عددی آبشار R با دو مدل Q و QI پرداخته می‌شود.

تست ۱

در این بخش محاسبات برای سه مدل آبشار با نرخ جریان خوراک ۲۰(mg/s) و فاکتور جداسازی کل برای اختلاف جرم واحد ۱/۱ انجام شده است که هدف از آن، غنی‌سازی ایزوتوپ پنجم تنگستن در جریان سنگین تا غنای ۰/۷۵۸۴ و تهی‌سازی آن تا غنای ۰/۱۷۴۰ در جریان سبک می‌باشد. جدول ۲ غلظت ایزوتوپ‌های تنگستن در خوراک را نشان می‌دهد. اجزاء $k_۱$ و $k_۲$ در آبشار R به ترتیب ۴ و ۵ در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به رابطه (۴۲) مقدار برش جزیی برای جزء چهارم در آبشار مدل R برابر با ۰/۵۲۳۸ به دست می‌آید. هم‌چنین مقدار پارامتر M^* در آبشار Q برابر با ۱۸۵ قرار داده شد که میانگین حسابی جرم دو جزء چهارم و پنجم می‌باشد. در صورتی که با استفاده از این مقادیر طراحی آبشارهای مدل QI و Q انجام گیرد نتایج مطابق آبشار R می‌باشد که در جدول ۳ آورده شده است. در این حالت آبشار طراحی شده با استفاده از سه مدل شامل ۲۰ مرحله می‌باشد که خوراک در مرحله ۱۵ به آن وارد می‌شود. در این جدول غلظت ایزوتوپ پنجم تنگستن در جریان‌های پیش‌رونده و پس‌رونده و هم‌چنین نرخ جریان‌ها برای سه مدل آورده شده است. هم‌چنین جدول ۳ نشان می‌دهد که مقدار برش جزیی برای جزء پنجم نیز در آبشار تطبیق یافته در تمام مراحل یکسان بوده که مجموع برش جزیی برای دو جزء کلیدی در آبشار R برابر یک می‌گردد و مطابق با رابطه (۴۶) خواهد بود.

بنابراین همان‌طور که ملاحظه می‌شود دو آبشار مدل Q و QI در شرایطی خاص حتماً مدل R هستند. به عبارتی دیگر هر آبشار R و Q حتماً QI هستند، اما هر آبشار QI لزوماً تطبیق یافته نیست. از آن‌جا که برای مدل‌سازی آبشار R باید دو جزء را از میان اجزای خوراک انتخاب نمود که جرم مولکولی جزء $k_۱$ از جرم مولکولی جزء $k_۲$ کم‌تر باشد، بنابراین تنها $\frac{N_c(N_c-۱)}{۲}$ آبشار تطبیق یافته R قابل تعریف است که همگی حالت خاصی از آبشار QI برای جزء $k_۱$ می‌باشد و آبشار QI گستره وسیعی از آبشارها را در مدل‌سازی دربر می‌گیرد که امکان دسترسی به آبشار بهینه را فراهم می‌کند. اگر مقدار برش جزیی ایزوتوپ مورد نظر نیز برابر با $\theta_{i,s}=\frac{\beta_{i\,j,s}}{(\beta_{i\,j,s}+۱)}$ و M^* در آبشار Q برابر میانگین جرمی دو ایزوتوپ کلیدی قرار گیرد، قطعاً مدل‌های Q و QI، تطبیق یافته هستند.

جدول ۲. غنای ایزوتوپ‌های تنگستن در خوراک

ایزوتوپ	W-۱۸۰	W-۱۸۲	W-۱۸۳	W-۱۸۴	W-۱۸۶
غنا	۰/۰۰۰۰۹۳	۰/۰۰۰۰۹۳	۰/۰۱۹۱۷	۰/۲۶۴۴	۰/۰۴۰۸

جدول ۳: پارامترهای اصلی زنجیره‌های مدل R، QI و Q در تست اول

شماره	$y_{۴,s}$	$x_{۴,s}$	Z_s	θ_s	$\theta_{۴,s}$	$\theta_{۵,s}$	$R''_{(۴,۵),s}$	$R'_{(۴,۵),s}$	$R_{(۴,۵),s}$
۱	۰٫۷۱۶۵	۰٫۷۵۸۴	۷٫۴۰۸۹	۰٫۴۹۰۴	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۲۵۸۱	۰٫۳۱۲۳	۰٫۲۸۳۹
۲	۰٫۶۹۳۵	۰٫۷۳۷۸	۱۴٫۵۷۴۹	۰٫۴۹۱۷	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۲۸۳۹	۰٫۳۴۳۵	۰٫۳۱۲۳
۳	۰٫۶۶۹	۰٫۷۱۵۹	۲۱٫۵۸۵۲	۰٫۴۹۳۱	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۳۱۲۳	۰٫۳۷۷۸	۰٫۳۴۳۵
۴	۰٫۶۴۳۲	۰٫۶۹۲۴	۲۸٫۵۳۱۶	۰٫۴۹۴۶	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۳۴۳۵	۰٫۴۱۵۶	۰٫۳۷۷۸
۵	۰٫۶۱۵۸	۰٫۶۶۷۵	۳۵٫۵۱۳۵	۰٫۴۹۶۳	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۳۷۷۸	۰٫۴۵۷۲	۰٫۴۱۵۶
۶	۰٫۵۸۷۱	۰٫۶۴۱۰	۴۲٫۶۴۱۴	۰٫۴۹۸۱	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۴۱۵۶	۰٫۵۰۲۹	۰٫۴۵۷۲
۷	۰٫۵۵۷۱	۰٫۶۱۳۰	۵۰٫۰۴۰۵	۰٫۵۰۰۱	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۴۵۷۲	۰٫۵۵۳۲	۰٫۵۰۲۹
۸	۰٫۵۲۵۷	۰٫۵۸۳۴	۵۷٫۸۵۶۷	۰٫۵۰۲۲	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۵۰۲۹	۰٫۶۰۸۵	۰٫۵۵۳۲
۹	۰٫۴۹۳۳	۰٫۵۵۲۵	۶۶٫۲۶۳۰	۰٫۵۰۴۵	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۵۵۳۲	۰٫۶۶۹۳	۰٫۶۰۸۵
۱۰	۰٫۴۵۹۸	۰٫۵۲۰۲	۷۵٫۴۶۸۳	۰٫۵۰۷۰	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۶۰۸۵	۰٫۷۳۶۲	۰٫۶۶۹۳
۱۱	۰٫۴۲۵۷	۰٫۴۸۶۶	۸۵٫۷۲۹۱	۰٫۵۰۹۶	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۶۶۹۳	۰٫۸۰۹۹	۰٫۷۳۶۲
۱۲	۰٫۳۹۱۰	۰٫۴۵۲۱	۹۷٫۳۶۴۳	۰٫۵۱۲۵	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۷۳۶۲	۰٫۸۹۰۸	۰٫۸۰۹۸
۱۳	۰٫۳۵۶۲	۰٫۴۱۶۸	۱۱۰٫۷۷۴۶	۰٫۵۱۵۵	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۸۰۹۸	۰٫۹۷۹۹	۰٫۸۹۰۸
۱۴	۰٫۳۲۱۶	۰٫۳۸۱۱	۱۲۶٫۴۶۸۲	۰٫۵۱۸۶	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۸۹۰۸	۱٫۰۷۷۹	۰٫۹۷۹۹
۱۵	۰٫۲۸۷۶	۰٫۳۴۵۴	۱۴۵٫۰۹۴۶	۰٫۵۲۱۹	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۹۷۹۹	۱٫۱۸۵۶	۱٫۰۷۷۸
۱۶	۰٫۲۶۳	۰٫۳۱۸۶	۱۲۵٫۰۲۳۷	۰٫۵۲۴۱	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۱٫۰۷۷۹	۱٫۳۰۴۲	۱٫۱۸۵۶
۱۷	۰٫۲۳۹۳	۰٫۲۹۲۳	۱۰۴٫۰۴۶۱	۰٫۵۲۶۲	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۱٫۱۸۵۶	۱٫۴۳۴۶	۱٫۳۰۴۲
۱۸	۰٫۲۱۶۴	۰٫۲۶۶۸	۸۱٫۶۹۱۶	۰٫۵۲۸۴	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۱٫۳۰۴۲	۱٫۵۷۸۱	۱٫۴۳۴۶
۱۹	۰٫۱۹۴۷	۰٫۲۴۲۰	۵۷٫۳۹۲۶	۰٫۵۳۰۶	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۲۵۸۱	۰٫۳۱۲۳	۰٫۲۸۳۹
۲۰	۰٫۱۷۴۰	۰٫۲۱۸۲	۳۰٫۴۵۱۶	۰٫۵۳۲۸	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۲۸۳۹	۰٫۳۴۳۵	۰٫۳۱۲۳

تست ۲

در این بخش مقایسه و بررسی آبشارهای مدل R و Q و QI برای غنی‌سازی جزء چهارم زینان انجام می‌شود. جدول ۴ غلظت ایزوتوپ‌های زینان را در جریان خوراک نشان می‌دهد. از آن‌جایی که در محاسبات آبشار مدل R انتخاب $k_۱$ و $k_۲$ یکی از مراحل اصلی کار است، بررسی‌ها برای $k_۱$ و $k_۲$های مختلف نیز انجام می‌گیرد. هدف از این محاسبات دست‌یابی به غنای ۷۴٫۲۰٪ در جریان سبک و غنای ۲۲٫۷۰٪ در جریان سنگین می‌باشد. مطابق شکل ۳ در صورتی که اجزاء $k_۱$ و $k_۲$ به ترتیب اجزاء ۲ و ۶ انتخاب شوند مقدار $y_{۴,P}$ در جریان سنگین به بیش‌ترین مقدار معادل ۷۴٫۲۴٪ می‌رسد که در این حالت $x_{۴,w}$ برابر با ۲۲٫۵۹٪ خواهد بود. هم‌چنین بررسی‌ها برای بهترین آبشار Q نیز در *Mهای مختلف انجام می‌شود. مقدار *M مطابق شکل ۴ برابر با ۱۲۸٫۴۷ برای آبشار Q می‌باشد. از طرفی دیگر طراحی آبشار QI در برش‌های مختلف انجام می‌شود. محاسبات برای فاکتور جداسازی ۱٫۱۴ و نرخ جریان خوراک ۱۰۰۰ mg/s انجام شده است. مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای به ترتیب ۳۰۵۰۳ mg/s، ۳۰۲۹۸ mg/s و ۲۸۲۸۸٫۷ mg/s برای آبشارهای R، Q و QI به‌دست آمده که نتایج اصلی در جدول ۵ ارایه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تعداد آبشار QI وجود دارد که علاوه بر دست‌یابی به غنای مورد نظر از ایزوتوپ هدف، کم‌ترین نرخ جریان میان مرحله‌ای را نیز به خود اختصاص می‌دهد. پس از آن نیز آبشار Q جهت دست‌یابی به شرایط بهینه پیشنهاد می‌گردد.

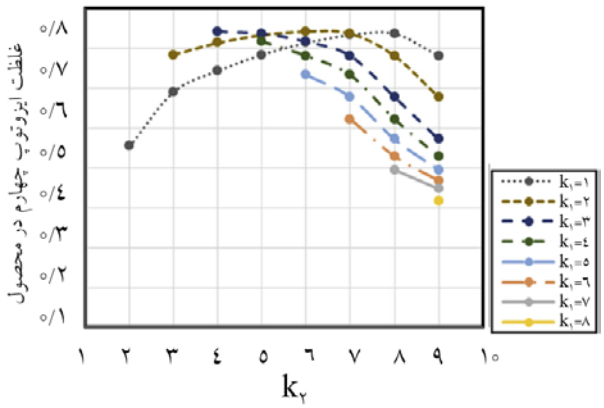
لازم به ذکر است که جهت تعیین برش جزیی ایزوتوپ مورد نظر از الگوریتم هوشمند جستجوی هارمونیک استفاده شده است. زیرا با توجه به توضیحات ارایه شده بی‌نهایت حالت برای در نظر گرفتن مقدار برش جزیی وجود دارد. در این راستا با استفاده از تابع هدف مینیمم نرخ جریان بین مرحله‌ای در آبشار QI و با در نظر گرفتن قیود مربوط به مقدار غلظت ایزوتوپ هدف، پارامترهای آن تعیین شد. پارامترهای بهینه‌سازی نیز در این الگوریتم شامل برش مراحل و مرحله ورود خوراک در آبشار می‌باشد. بنابراین هم‌چون مدل‌های Q و R نمی‌توان یک نمودار مشخص برای پاسخ‌های مدل QI ترسیم نمود.

جدول۴. غنای ایزوتوپ‌های زینان در خوراک

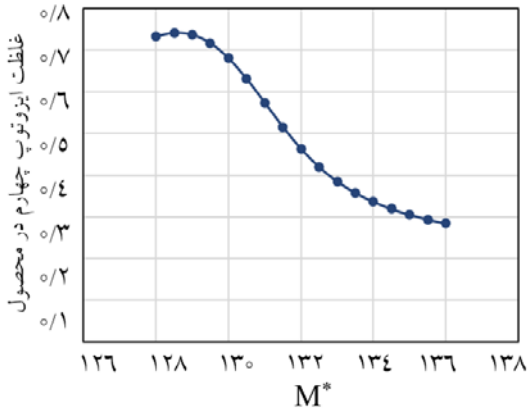
ایزوتوپ	Xe-۱۲۴	Xe-۱۲۶	Xe-۱۲۸	Xe-۱۲۹	Xe-۱۳۰	Xe-۱۳۱	Xe-۱۳۲	Xe-۱۳۴	Xe-۱۳۶
غنا	۰٫۰۰۰۹۳	۰٫۰۰۰۹	۰٫۰۱۹۱۷	۰٫۲۶۴۴	۰٫۰۴۰۸	۰٫۲۱۱۸	۰٫۲۶۸۹	۰٫۱۰۴۴	۰٫۰۸۸۷

جدول ۵: مقایسه نتایج مدل‌های R، Q و QI برای جداسازی ایزوتوپ چهارم در تست دوم

	Z_s			$y_{۴,s}$			$x_{۴,s}$			$\theta_{۴,s}$		
شماره	Q-I	R	Q	Q-I	R	Q	Q-I	R	Q	Q-I	R	Q
۱	۱۵۸۵٫۹	۱۵۶۶٫۵	۱۵۶۷٫۷	۰٫۳۰۴۵	۰٫۳۰۵۵	۰٫۳۰۶۷	۰٫۲۲۵۱	۰٫۲۲۵۹	۰٫۲۲۷۰	۰٫۴۹۱۰	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۲	۲۷۱۴٫۷	۲۶۸۰٫۹	۲۶۷۹٫۳	۰٫۳۳۹۸	۰٫۳۴۰۳	۰٫۳۴۱۵	۰٫۲۵۸۲	۰٫۲۵۸۵	۰٫۲۵۹۶	۰٫۴۸۳۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۳	۳۷۵۴٫۵	۳۵۲۲٫۷	۳۵۱۶٫۲	۰٫۳۷۱۱	۰٫۳۷۱۶	۰٫۳۷۲۷	۰٫۲۸۸۱	۰٫۲۸۸۴	۰٫۲۸۹۴	۰٫۵۱۵۹	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۴	۴۵۹۶٫۹	۴۱۹۰٫۷	۴۱۷۸٫۲	۰٫۴۰۳	۰٫۳۹۹۴	۰٫۴۰۰۴	۰٫۳۱۹۶	۰٫۳۱۵۶	۰٫۳۱۶۵	۰٫۴۸۶۳	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۵	۳۴۲۰٫۸	۴۷۴۲٫۸	۴۷۲۳٫۵	۰٫۴۶۸۴	۰٫۴۲۳۹	۰٫۴۲۴۶	۰٫۳۸۹۳	۰٫۳۴۰۱	۰٫۳۴۰۸	۰٫۴۹۱۵	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۶	۲۶۱۹٫۶	۳۵۰۳٫۶	۳۴۷۹٫۷	۰٫۵۲۶۴	۰٫۴۸۹۹	۰٫۴۹۰۹	۰٫۴۵۳۸	۰٫۴۱۱۸	۰٫۴۱۲۸	۰٫۴۸۳۵	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۷	۲۰۹۰٫۱	۲۶۶۷٫۵	۲۶۴۲٫۷	۰٫۵۷۶۲	۰٫۵۴۷۵	۰٫۵۴۸۶	۰٫۵۱۱	۰٫۴۷۷۱	۰٫۴۷۸۴	۰٫۵۰۵۸	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۸	۱۷۸۴٫۶	۲۰۶۸٫۲	۲۰۴۴٫۳	۰٫۶۱۹۱	۰٫۵۹۶۳	۰٫۵۹۷۵	۰٫۵۶۱۹	۰٫۵۳۴۶	۰٫۵۳۶	۰٫۵۰۸۶	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۹	۱۵۵۳٫۶	۱۶۱۶٫۱	۱۵۹۴٫۱	۰٫۶۵۵۵	۰٫۶۳۶۶	۰٫۶۳۷۸	۰٫۶۰۶۴	۰٫۵۸۳۷	۰٫۵۸۵۲	۰٫۵۱۰۸	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۱۰	۱۲۵۵٫۱	۱۲۶۰٫۰	۱۲۴۰٫۴	۰٫۶۸۵۸	۰٫۶۶۹۲	۰٫۶۷۰۲	۰٫۶۴۴۹	۰٫۶۲۴۹	۰٫۶۲۶۳	۰٫۴۶۶۲	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۱۱	۹۶۰٫۴	۹۶۹٫۱	۹۵۲٫۲	۰٫۷۰۹۱	۰٫۶۹۴۸	۰٫۶۹۵۶	۰٫۶۷۵۵	۰٫۶۵۸۵	۰٫۶۵۹۸	۰٫۵۰۰۲	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۱۲	۷۸۲٫۲	۷۲۳٫۹	۷۱۰٫۰	۰٫۷۲۷۴	۰٫۷۱۴۲	۰٫۷۱۴۹	۰٫۷۰۰۷	۰٫۶۸۵۵	۰٫۶۸۶۶	۰٫۵۰۵	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۱۳	۶۱۸٫۲	۵۱۱٫۸	۵۰۱٫۰	۰٫۷۴۱۱	۰٫۷۲۸۳	۰٫۷۲۸۷	۰٫۷۲۱۲	۰٫۷۰۶۴	۰٫۷۰۷۳	۰٫۴۹۹۸	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۱۴	۳۸۹٫۸	۳۲۴٫۲	۳۱۶٫۸	۰٫۷۴۹۹	۰٫۷۳۷۶	۰٫۷۳۷۷	۰٫۷۳۷	۰٫۷۲۲۱	۰٫۷۲۲۸	۰٫۴۱۲۹	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷
۱۵	۱۵۹٫۳	۱۵۵٫۱	۱۵۱٫۳	۰٫۷۵۳۷	۰٫۷۴۲۴	۰٫۷۴۲۲	۰٫۷۴۶۷	۰٫۷۳۳۱	۰٫۷۳۳۵	۰٫۴۶۸۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۲۷



شکل ۳. تغییرات غنای Xe-۱۲۹ برحسب k_1 و k_2 در جریان سبک.



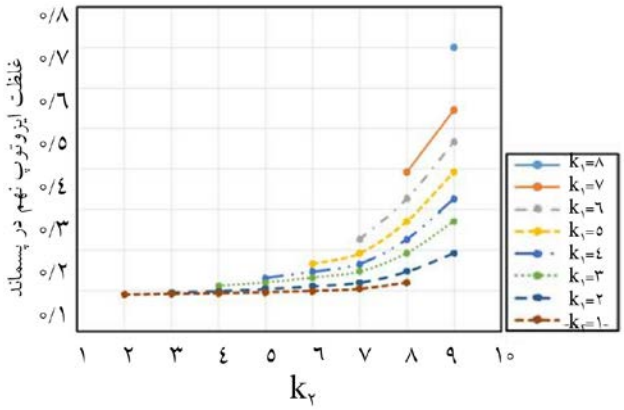
شکل ۴. تغییرات غنای Xe-۱۲۹ برحسب M^* در جریان سبک.

تست ۳

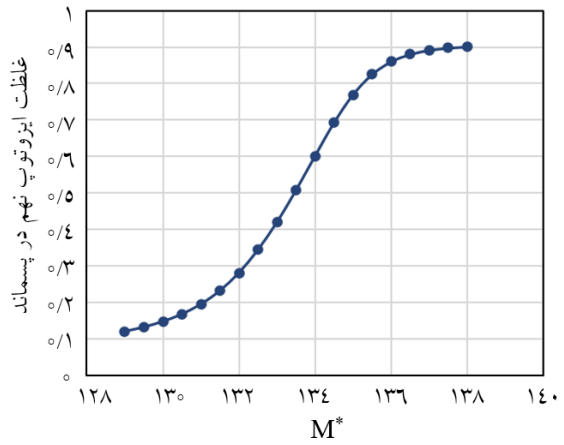
در این بخش مقیاسه آبشارهای مدل R و Q و QI برای غنی‌سازی جزء نهم زینان انجام می‌شود. هدف از این محاسبات دست‌یابی به غنای ۷۰٫۰۰٪ در جریان سنگین و غنای ۳۶٫۷۰٪ در جریان سبک می‌باشد. براساس شکل ۵، در صورتی که اجزاء k_1 و k_2 به ترتیب اجزاء ۸ و ۹ انتخاب شوند مقدار $x_{۹,P}$ در جریان سنگین به بیش‌ترین مقدار معادل ۷۰٫۰۶ می‌رسد که در این حالت $y_{۹,P}$ برابر با ۳٫۶۵ خواهد بود.

مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای برای آبشار R، ۲۸۷۳۷٫۷۸ mg/s می‌باشد. مشابه آبشار R، این بررسی‌ها برای آبشار Q در*Mهای مختلف مطابق شکل ۶ انجام شده است. مقدار *M برابر با ۱۳۵٫۰۵ برای آبشار Q می‌باشد و مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای برابر با ۲۸۴۹۰ mg/s به‌دست آمده است. اما براساس محاسبات آبشار QI وجود دارد که مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای در آن ۲۷۰۱۲٫۰۶ mg/s می‌باشد و نسبت به دو آبشار مدل دیگر کم‌تر است. این آبشار نه تنها مقادیر غلظت مورد نظر برای ایروتوپ نهم را فراهم می‌کند بلکه مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای در آن نیز کم‌تر بوده و به عبارتی دیگر از تعداد ماشین‌های سانتریفیوژ کم‌تری استفاده می‌نماید. در مورد شکل ۶ با توجه به این‌که *M جرم ایزوتوپ فرضی است، بنابراین می‌توان مقدار آن را برای اعداد بیش‌تر از ۱۳۶ در نظر گرفت، همان‌طور که تمام جرم‌های کم‌تر از ۱۳۶ نیز به جز ۹

ایزوتوپ، جرم ایزوتوپ‌های واقعی نیستند. جدول ۶ اطلاعات اصلی برای سه زنجیره R، Q و QI را نشان می‌دهد. در این بخش نیز مطابق توضیحات ارایه شده در تست ۲، از الگوی جستجوی هارمونیک جهت تعیین پارامترهای بهینه‌ی آبشار QI استفاده شده است.



شکل ۵. تغییرات غنای ایزوتوپ Xe-۱۳۶ برحسب k_1 و k_2 در جریان سنگین.



شکل ۶. تغییرات غنای Xe-۱۳۶ بر حسب M^* در جریان سنگین.

جدول ۶: مقایسه نتایج مدل‌های R، Q و QI برای جداسازی ایزوتوپ نهم در تست سوم

	Z_s			$y_{9,s}$			$x_{9,s}$			$\theta_{9,s}$		
شماره	Q-I	R	Q	Q-I	R	Q	Q-I	R	Q	Q-I	R	Q
۱	۱۵۹٫۶۲	۱۵۶٫۰۲	۱۵۱٫۸	۰٫۶۱۹۳	۰٫۶۲۳۲	۰٫۶۳۱۶	۰٫۷۱۱	۰٫۷۰۰۶	۰٫۷۰۷۹	۰٫۴۷۸۷	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۲	۳۰۶٫۰۰	۳۱۲٫۸۴	۳۰۵	۰٫۵۷۵۵	۰٫۵۷۷۹	۰٫۵۸۶۵	۰٫۶۶۰۵	۰٫۶۶۲۲	۰٫۶۶۹۹	۰٫۴۴۷۳	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۳	۵۵۱٫۹۰	۴۷۷٫۵۱	۴۶۶٫۲	۰٫۵۳۶۲	۰٫۵۲۷۷	۰٫۵۳۶۵	۰٫۶۲۰۱	۰٫۶۱۸۸	۰٫۶۲۶۹	۰٫۵۵۶۸	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۴	۸۱۱٫۲۷	۶۵۹٫۹۳	۶۴۵٫۳	۰٫۴۷۶۱	۰٫۴۷۲۶	۰٫۴۸۱۲	۰٫۵۶۸۶	۰٫۵۷	۰٫۵۷۸۲	۰٫۴۵۷۹	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۵	۹۰۵٫۱۵	۸۷۵٫۰۸	۸۵۷	۰٫۴۱۷۹	۰٫۴۱۳۱	۰٫۴۲۱۲	۰٫۵۱۳۰	۰٫۵۱۵۵	۰٫۵۲۳۶	۰٫۴۱۵۶	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۶	۱۳۲۹٫۴۰	۱۱۴۶٫۸۰	۱۱۲۵	۰٫۳۶۹۰	۰٫۳۵۰۲	۰٫۳۵۷۴	۰٫۴۶۲۹	۰٫۴۵۵۳	۰٫۴۶۲۹	۰٫۵۶۹۱	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۷	۱۷۷۸٫۰۶	۱۵۱۵٫۰۰	۱۴۸۹٫۱	۰٫۲۹۹۸	۰٫۲۸۵۹	۰٫۲۹۱۸	۰٫۳۹۸۰	۰٫۳۹۰۲	۰٫۳۹۶۹	۰٫۴۲۱۱	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۸	۱۸۲۳٫۸۷	۲۰۴۹٫۱۰	۲۰۱۹٫۴	۰٫۲۴۰۳	۰٫۲۲۲۹	۰٫۲۲۷۵	۰٫۳۳۳۴	۰٫۳۲۱۹	۰٫۳۲۷۶	۰٫۴۰۱۵	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۹	۱۷۲۰٫۲۵	۲۸۷۵٫۶۰	۲۸۴۳٫۴	۰٫۱۹۰۹	۰٫۱۶۴۸	۰٫۱۶۷۹	۰٫۲۷۸۵	۰٫۲۵۳۶	۰٫۲۵۷۸	۰٫۳۵۷۰	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۱۰	۲۲۵۴٫۹۰	۴۲۳۱٫۶۰	۴۲۰۲٫۲	۰٫۱۵۹۴	۰٫۱۱۴۸	۰٫۱۱۶۷	۰٫۲۳۸۸	۰٫۱۸۹۱	۰٫۱۹۲	۰٫۵۲۵۲	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۱۱	۲۹۲۹٫۳۰	۳۹۱۱٫۶۰	۳۸۸۸٫۹	۰٫۱۱۶۳	۰٫۰۹۵۳	۰٫۰۹۷۲	۰٫۱۸۸۲	۰٫۱۶۰۴	۰٫۱۶۳۳	۰٫۳۷۶۵	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۱۲	۴۱۴۶٫۸۲	۳۵۳۸٫۶۰	۳۵۲۲٫۲	۰٫۰۸۷۹	۰٫۰۷۷۸	۰٫۰۷۹۵	۰٫۱۴۶۸	۰٫۱۳۳۷	۰٫۱۳۶۶	۰٫۵۰۵۳	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۱۳	۳۸۹۵٫۸۶	۳۰۶۹٫۳۰	۳۰۵۹٫۳	۰٫۰۶۶۳	۰٫۰۶۲۱	۰٫۰۶۳۷	۰٫۱۱۵۹	۰٫۱۰۹۳	۰٫۱۱۱۹	۰٫۴۲۳۳	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۱۴	۲۸۳۳٫۷۷	۲۴۳۰٫۰۰	۲۴۲۶٫۱	۰٫۰۴۸۸	۰٫۰۴۸۳	۰٫۰۴۹۷	۰٫۰۸۸۳	۰٫۰۸۷۱	۰٫۰۸۹۴	۰٫۴۰۶۷	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰
۱۵	۱۵۶۵٫۸۹	۱۴۸۸٫۸۰	۱۴۸۹٫۴	۰٫۰۳۶۲	۰٫۰۳۶۵	۰٫۰۳۷۶	۰٫۰۶۷۲	۰٫۰۶۷۶	۰٫۰۶۹۴	۰٫۴۳۵۳	۰٫۴۶۷۲	۰٫۴۶۹۰

۴. جمع‌بندی

در این تحقیق آبشارهای مدل Q، QI و R مورد ارزیابی قرار گرفت:

۱. با انتخاب مناسب اجزاء کلیدی k_1 و k_2 در یک آبشار تطبیق یافته R و *M در آبشار Q و برش جزیی در آبشار QI، مقدار غلظت ایزوتوپ مورد نظر در جریان سبک و سنگین به بیشینه و کمینه خود می‌رسد.

۲. آبشار جریان برگشتی مدل تطبیق یافته R حالت خاصی از آبشار مدل QI می‌باشد که $\theta_{k_1,s}$ به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\theta_{k_1,s}=\frac{\beta_{(k_1,k_2),s}}{(\beta_{(k_1,k_2),s}+1)}$$

۳. آبشار جریان برگشتی مدل Q و آبشار مدل QI مطابق رابطه زیر با یک‌دیگر رابطه دارند که $\theta_{k,s}$ به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\theta_{k,s}=\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2}Q_k)$$

۴. در آبشار جریان برگشتی مدل Q زمانی که

$$M^*=\frac{M_{k_1}+M_{k_2}}{2}$$

عملکرد آن دقیقاً مشابه آبشار مدل تطبیق یافته R خواهد شد. یعنی این که آبشار QI نسبت به آبشار Q و این دو آبشار نسبت به مدل R گستره وسیعی از آبشارها را برای جزء k_1 بر می‌گیرد و با انتخاب صحیح برش برای جزء مورد نظر در آبشار می‌توان به شرایط بهینه‌ای دست یافت که در آن علاوه بر دست‌یابی به غنای مورد نظر از ایزوتوپ مطلوب کم‌ترین ماشین‌های سانتریفیوژ در آن استفاده شود. در این راستا یک کد محاسباتی نیز تهیه شد و نتایج به شکل عددی نیز ارائه گردید. مطابق محاسبات انجام گرفته برای ایزوتوپ‌های ۴ و ۹ زینان مقدار جریان میان مرحله‌ای کل به‌دست آمده در محاسبات آبشار QI در حالت بهینه‌ای نسبت به دو مدل دیگر قرار دارد. بنابراین آبشار مدل QI جهت مدل‌سازی اولیه پیشنهاد می‌شود.

فهرست علائم و اختصارات

نماد	توضیحات
α_0	فاکتور جداسازی برای اختلاف جرم واحد
θ_s	برش مرحله‌ی sام
$\theta_{k,s}$	برش جزیی ایزوتوپ kام در مرحله‌ی s
M	جرم مولکولی
s	شماره مرحله
s_f	شماره مرحله ورود خوراک
$R'_{(k_1,k_2),s}$	نسبت فراوانی جزء k_1 به جزء k_2 در جریان سبک
$R_{(k_1,k_2),s}$	نسبت فراوانی جزء k_1 به جزء k_2 در جریان خوراک
$R''_{(k_1,k_2),s}$	نسبت فراوانی جزء k_1 به جزء $k_{2'}$ در جریان سنگین
F	نرخ جریان خوراک آبشار
$z_{i,F}$	غلظت ایزوتوپ‌ها در جریان خوراک
P	نرخ جریان محصول آبشار
W	نرخ جریان پسماند آبشار
Z_s	نرخ جریان ورودی به مراحل
M_s	نرخ جریان بالارونده از مراحل
N_s	نرخ جریان پایین رونده از مراحل
M^*	جرم مولکولی در ایزوتوپ فرضی آبشار Q
Q_i	پارامتر آبشار Q جهت گروه‌بندی ایزوتوپی
$x_{i,s}$	غلظت ایزوتوپ‌ها در جریان پسماند آبشار
$y_{i,s}$	غلظت ایزوتوپ‌ها در جریان محصول آبشار
$z_{i,s}$	غلظت ایزوتوپ‌ها در جریان خوراک آبشار
$y_{P,Fin}$	غلظت ایزوتوپ هدف در جریان محصول
$x_{W,Fin}$	غلظت ایزوتوپ هدف در جریان پسماند

مراجع

1. M. Ragheb, *Isotopic separation and enrichment*, University of Illinois, Urbana- Champaign Course Materials (2012).
2. K. Cohen, *The Theory of Isotope Separation as Applied to the Large-Scale Production of U 235*, National Nuclear Energy Series, Division III, Vol. IB, New York (1951).
3. A.G. Kudziev, *Production and application of stable enriched isotopes in the USSR*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, **282**, 1 (1989).
4. A. De la Garza, G.A. Garret, J.E. Murphy, *Multicomponent isotope separation in cascade*, Chem. Eng. Sci., **15**, 188 (1961).
5. A. De la Garza, *A generalization of the matched abundance-ratio cascade for multicomponent isotope separation*, Chem. Eng. Sci., **18**, 73 (1963).
6. R.Ya. Kucherov, V.P. Minenko, *Theory of cascade for separating multi-component isotope mixtures*, At. Energy., **19**, 4 (1965).
7. N.A. Kolokol'tsov, et al., *Design of cascades for separating isotope mixtures*, At. Energy., **29**, 6 (1970).
8. A. Apelblat, Y. Ilamed-Lehrer, *The theory of a real isotope enriching cascade*, Nucl. Energy., **22**, 1 (1968).
9. S. Zeng, Y. Cheng, *A numerical method of cascade analysis and design for multicomponent isotope separation*, Chem. Eng. Res. Des., **92**, 2649 (2013).
10. I. Yamamoto, *Simple formulae for analyzing match abundance ratio cascade with constant separation factors for multicomponent isotope separation*, Nucl. Sci. Technol., 24 (1987).
11. S. Zeng, et al., *The Q Cascade Explanation*, Sep. Sci. Tech., **47**, 1591(2012).
12. G.A. Sulaberidze, V.D. Borisevich, X. Quanxin, *Quasi-Ideal Cascades with an Additional Flow for Separation of Multicomponent Isotope Mixtures*, Theo. Found. Chem. Eng., **40**, 5 (2005).
13. R.C. Raichura, M.A.M. AI-Janabi, G.M. Langbein, *The effect of the 'KEY' molar mass on the design of a cascade handling a multi-isotopic mixture*, Annals. Nucl. Energy., **18**, 327 (1991).
14. S. Zeng, Y. Chuntong, *A method of separating a middle component in multicomponent isotope mixtures by gas centrifuge cascades*, Sep. Sci. Tech., **35**, 2173 (2000).
15. A.Y. Smirnov, G.A. Sulaberidze, *Features of mass transfer of intermediate components in square gas centrifuge cascade for separating multicomponent mixtures*, Theo. Found. Chem. Eng., **48**, 629 (2014).
16. S. Khooshechin, et al., *Optimization of flexible square cascade for high separation of stable isotopes using enhanced PSO algorithm*, Prog. Nucl. Energy., 140 (2021).
17. T.E. Azizov, A.Y. Smirnov, G.A. Sulaberidze, *Optimization of a square cascade of centrifuges for separation of multicomponent mixtures of stable isotopes*, At. Energy., **128**, 291 (2020).

18. G.A. Sulaberidze, V.D. Borisevich, Q. Xie, *Comparison of optimal and model cascades for the separation of multicomponent mixtures at arbitrary stage numbers*, Theo. Found. Chem. Eng., **42**, 347 (2008).
19. V.D. Borisevich, S. Zeng, G.A. Sulaberidze, *New approach to optimize Q cascades*, Chem. Eng. Sci., **66**, 393 (2011).
20. T. Song, et al., *Comparative study of the model and optimum cascades for multicomponent isotope separation*, Sep. Sci. Tech., **45**, 2113 (2010).
21. F. Mansourzadeh, et al., *Utilization of harmony search algorithm to optimize a cascade for separating multicomponent mixtures*, Prog. Nucl. Energy., **111**, 165 (2019).
22. G.A. Sulaberidze, et al., *Classification of model cascades for separation of multicomponent isotope mixtures*, Sep. Sci. Tech., **56**, 1060 (2020).
23. Y. Lehrer-Ilamd, *On the Value Function for Multicomponent Isotope Separation*, Nucl. Energy., **23**, 559 (1969).
24. F. Mansourzadeh, et al., *Performance comparison of match abundance ratio cascade with optimal conditions for the separation of stable xenon isotopes*, Nucl. Scie. Tech., **94**, 4 (2021).

COPYRIGHTS
©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

استناد به این مقاله
فاطمه منصورزاده، علی نوروزی (۱۴۰۲)، بررسی ارتباط آبشارهای مدل R، Q و QI در سیستم‌های چندجزیی به روش سانتریفیوژ گازی، ۱۰۶، ۲۷-۳۸
DOI: 10.24200/nst. 2023.1213.1787 **Url**: https://jonsat.nstri.ir/article_1544.html