



## توسعه نرم‌افزار شبیه‌ساز SH<sup>3</sup>-ACNEM به منظور حل معادلات مستقیم و الحاقی پخش نوترون در قلب رآکتورهای با هندسه شش گوش

علی کللی، داود نقوی دیزجی، ناصر وثوقی\*

دانشکده‌ی مهندسی انرژی، دانشگاه صنعتی شریف، صندوق پستی: ۱۴۵۶۵-۱۱۱۴، تهران- ایران

\*Email: nvosoughi@sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۵/۲۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۷/۱

### چکیده

به منظور تحلیل نوترونیک قلب رآکتورها، نیاز به توسعه نرم‌افزارهای محاسبات هسته‌ای جهت تولید ثابت‌های چند گروهی و حل عددی معادله پخش چند گروهی است. برای این منظور، از روش‌هایی استفاده می‌شود که علاوه بر دقت مناسب از حجم و زمان محاسبات بهینه‌ای برخوردار باشند. در این پژوهش به تئوری حاکم بر روش نودال بسط شار جریان متوسط و همچنین مرتبه‌های بالاتر بسط شار پرداخته می‌شود. پس‌از آن با گسسته‌سازی معادله پخش چند گروهی نوترون، نشان داده می‌شود که این روش از زمان محاسبات بهینه و دقت خوبی بهره می‌برد. گسسته‌سازی معادله پخش مستقیم و الحاقی، برای هندسه شش گوش دوبعدی و در دو گروه انرژی انجام می‌شود و پس‌از آن شبیه‌ساز قلب رآکتور SH<sup>3</sup>-ACNEM توسعه می‌یابد. جهت راستی‌آزمایی، محاسبات برای قلب رآکتور IAEA-2D انجام شده و با مقایسه با مراجع معتبر، نتیجه می‌شود که با افزایش مرتبه بسط شار از چندجمله‌ای‌های درجه دو به پنج، خطای محاسبات از ۱۱٫۳۶٪ به ۳٫۵۲٪ بهبود می‌یابد.

**کلیدواژه‌ها:** شبیه‌ساز، محاسبات هسته‌ای، معادله پخش نوترون، هندسه شش گوش، نودال بسط شار

## Development of the SH<sup>3</sup>-ACNEM Simulator Program in order to Solving the Forward and Adjoint neutron Diffusion Equation for Hexagonal Geometry Reactor Cores

A. Kolali, D. Naghavi Dizaji, N. Vosoughi\*

Department of Energy Engineering, Sharif University of Technology, P.O.BOX: 14565-1114, Tehran - Iran

Research Article

Received 11.8.2021, Accepted 23.9.2021

### Abstract

To perform a neutronic analysis of the reactor core, it is necessary to develop nuclear computing software to produce multi-group constants and numerical solutions to the multi-group neutron diffusion equation. For this purpose, some methods are used in nuclear calculation codes that, in addition to the necessary accuracy of cost and computing time, are optimal. This paper discusses the average current nodal expansion method as well as higher orders of flux expansion. Then, the discretization of the neutron diffusion equation with ACNEM is shown, which has the ability to calculate in optimum time and with good accuracy. The discretization of the Forward and Adjoint neutron diffusion equation is performed for two-dimensional hexagonal geometry in two energy groups and then the SH<sup>3</sup>-ACNEM reactor core simulator is developed. To verify; the calculations for the IAEA-2D reactor core are performed and compared with valid references. It results that the computational error improves from 11.36% to 3.52% by increasing the flux expansion order from quadratic polynomials to five.

**Keywords:** Simulator, Nuclear calculation, Diffusion equation, Hexagonal geometry, ACNEM



## ۱. مقدمه

اطلاعات توان میله‌های سوخت بارگذاری شده در قلب رآکتور، جهت تعیین نرخ حرارت تولیدی در قلب و همچنین کمینه فاصله از جوشش هسته‌ای<sup>۱</sup>، در طراحی به منظور ارزیابی ایمنی رآکتور ضروری و مهم است. اکثر کدهای نوترونیک جدید از روش‌های نودال به منظور محاسبه توان میله‌های سوخت، به شیوه بازسازی توان میله سوخت<sup>۲</sup> استفاده می‌کنند [۱، ۲]. همچنین در محاسبات برای کاربردهایی نظیر فرسایش، مدیریت سوخت و یا تحلیل گذرا، به دلیل نیاز به تعداد حل‌های فضایی زیاد در کل قلب رآکتور، حل مستقیم معادله پخش چند گروهی نوترون با روش‌های مش‌ریز<sup>۳</sup> مثل اختلاف محدود<sup>۴</sup> ناکارآمد و حتی غیرممکن است. به همین علت روش‌های نودال برای حل معادله پخش نوترون توسعه یافته‌اند، که این موضوع اهمیت استفاده از روش‌های نودال در محاسبات هسته‌ای را نشان می‌دهد [۳، ۴].

انواع روش‌های نودال را می‌توان به دو دسته کلی نودال تحلیلی<sup>۵</sup> و نودال بسط<sup>۶</sup> تقسیم‌بندی کرد. روش نودال بسط نسبت به روش نودال تحلیلی از سرعت هم‌گرایی بیش‌تری برخوردار است ولی دقت محاسبات نودال تحلیلی از نودال بسط بیش‌تر است [۵]. روش نودال بسط که در آن از متوسط جریان‌های جزیی روی سطوح استفاده می‌شود، را می‌توان به روش شار نقطه‌ای، جریان نقطه‌ای، شار متوسط و جریان متوسط تقسیم کرد. دقت محاسبات این چهار روش تقریباً برابر است ولی در این بین روش جریان متوسط، کوتاه‌ترین زمان اجرای برنامه را دارد که به همین دلیل در این پژوهش تمرکز بر روش جریان متوسط است [۶].

بنابراین در این پژوهش سعی می‌شود که با افزایش مرتبه بسط شار از مرتبه صفرم به یک، در روش نودال بسط شار جریان متوسط<sup>۷</sup>، ضمن حفظ هزینه و زمان کم محاسبات، دقت محاسبات هم به صورت محلی<sup>۸</sup> (توزیع توان نسبی) و هم به صورت کلی<sup>۹</sup> (ضریب تکثیر مؤثر) افزایش یابد و در نهایت برنامه SH<sup>3</sup>-ACNEM<sup>۱۰</sup> به منظور شبیه‌سازی قلب رآکتورهای با هندسه شش گوش توسعه یابد.

۲. حل معادله پخش نوترون با SH<sup>3</sup>-ACNEM

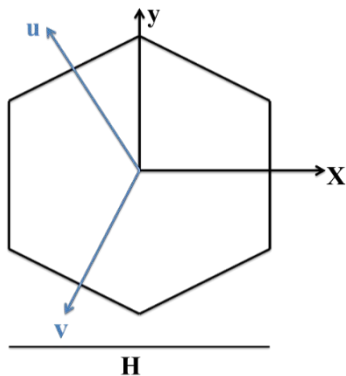
اساس روش نودال که مورد بحث این پژوهش می‌باشد، بر انتگرال‌گیری از معادله پخش نوترون و محاسبه شار متوسط در هر نود استوار است. روش حل نودال به علت استفاده از تراز نوترونی در هر نود، قابلیت حل معادله پخش با نودهایی به اندازه یک مجتمع سوخت را همراه با ارائه دقت مناسب داراست. این امر باعث کاهش قابل‌ملاحظه مجهولات و در نتیجه زمان و حجم محاسبات می‌شود [۷]. در ابتدا جهت انجام محاسبات، نحوه گسسته‌سازی معادله پخش نوترون در حالت چندگروهی به روش نودال بسط شار جریان متوسط برای هندسه شش گوش و دوبعدی ارائه می‌شود. معادله پخش نوترون چند گروهی در حالت ایستا مطابق رابطه ۱ است.

$$-\nabla \cdot D_g \nabla \phi_g(r) + \Sigma_{R,g} \phi_g(r) = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'}(r) + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \sum_{s,g'} \phi_{g'}(r), g = 1, 2, \dots, G \quad (1)$$

در این رابطه،  $D_g$  ضریب پخش مربوط به گروه  $g$ ،  $\Sigma_{R,g}$  سطح مقطع ماکروسکوپی برداشت گروه  $g$ ،  $\nu \Sigma_{f,g'}$  سطح مقطع ماکروسکوپی شکافت گروه  $g'$ ،  $\Sigma_{s,g'g}$  سطح مقطع ماکروسکوپی پراکندگی از گروه  $g'$  به گروه  $g$ ،  $k_{eff}$  ضریب تکثیر نوترونی مؤثر،  $\phi_g(r)$  شار نوترونی گروه  $g$  و  $\chi_g$  طیف نوترونی گروه  $g$  است. برای شروع، دستگاه مختصات دو بعدی با سه متغیر  $x$  و  $u$  و  $v$  مانند شکل ۱ تعریف می‌شود.

برای ادامه کار نیاز به تعریف کمیت‌هایی است که در قسمت علامت‌ها و نشانه‌ها تعریف شده‌اند. با استفاده از شرط پیوستگی جریان، به این ترتیب که جریان خروجی از نود برابر جریان ورودی به نود مجاور می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت:

$$j_{gxl}^{+m} = j_{gxr}^{-m}, j_{gxr}^{+m} = j_{gxl}^{-m}, j_{gvl}^{+m} = j_{gvr}^{-m} \\ j_{gul}^{+m} = j_{gur}^{-m}, j_{gur}^{+m} = j_{gul}^{-m}, j_{gvr}^{+m} = j_{gvl}^{-m} \quad (2)$$



شکل ۱. دستگاه مختصات شش گوش دو بعدی در روش نودال بسط شار.

1. Departure from Nucleate Boiling Ratio
2. Pin Power Reconstruction
3. Fine Mesh
4. Finite Difference
5. Analytical Nodal
6. Nodal Expansion Method
7. Average Current Nodal Expansion Method
8. Local Accuracy
9. Global Accuracy
10. Sharif University Hexagonal Geometry High Order-ACNEM



۱۰۲ گسسته‌سازی برای مرتبه صفرم بسط شار [۷]

ابتدا شار نوترونی متوسط در هر نود برحسب چندجمله‌ای‌های درجه دو، مطابق رابطه ۳ تا مرتبه صفر بسط داده شده و سپس در رابطه ۱ جای‌گذاری می‌شود.

$$\begin{aligned} \phi_g(\xi_x, \xi_u, \xi_v) &= A_g h_0 + \alpha_{gx} h_1(\xi_x) + b_{gx} h_1(\xi_x) \\ &+ \alpha_{gu} h_1(\xi_u) + b_{gu} h_1(\xi_u) + \alpha_{gv} h_1(\xi_v) + b_{gv} h_1(\xi_v) \\ &+ c_g h_1(\xi_x) h_1(\xi_u) h_1(\xi_v) \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن  $h_i(\xi_w)$  ها چندجمله‌ای‌هایی درجه  $i$  برحسب متغیر  $\xi_w$  هستند و از شرط تعامد به‌دست می‌آیند. با جای‌گذاری رابطه ۳ در رابطه ۱ و انتگرال‌گیری از آن و سپس با اعمال شرایط پیوستگی جریان مطابق با رابطه ۲، معادله همبسته نودال به‌صورت رابطه ۴ نتیجه می‌شود.

$$\begin{bmatrix} j_{gxr}^{+m} \\ j_{gxl}^{+m} \\ j_{gur}^{+m} \\ j_{gul}^{+m} \\ j_{gvr}^{+m} \\ j_{gvl}^{+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & C_{g7}^m & C_{g8}^m & C_{g9}^m & C_{g10}^m \\ C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & C_{g7}^m & -C_{g8}^m & -C_{g9}^m & -C_{g10}^m \\ C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & C_{g7}^m & C_{g8}^m & C_{g9}^m & C_{g10}^m \\ C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & C_{g7}^m & -C_{g8}^m & -C_{g9}^m & -C_{g10}^m \\ C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & C_{g7}^m & C_{g8}^m & C_{g9}^m & C_{g10}^m \\ C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & -C_{g7}^m & -C_{g8}^m & -C_{g9}^m & -C_{g10}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{gxr}^{-m} \\ j_{gxl}^{-m} \\ j_{gur}^{-m} \\ j_{gul}^{-m} \\ j_{gvr}^{-m} \\ j_{gvl}^{-m} \\ \Phi_g^m \end{bmatrix} \quad (4)$$

با جای‌گذاری روابط ۴ و ۳ در رابطه ۱، معادله تراز نودال برای هر نود به‌صورت معادله ۵ حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \left[ \frac{1}{h} C_{g\delta}^m + \sum_{rg}^m \right] \Phi_g^m &= \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \sum_{s_g'}^m \Phi_{g'}^m + \frac{X_g}{K_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{jg'}^m \Phi_{g'}^m \\ &+ \sum_{\substack{s=r,l \\ w=x,u,v}} \frac{2}{3h} (1 - C_{g1}^m - C_{g2}^m - 2C_{g3}^m - 2C_{g4}^m) j_{gws}^{-m} \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن  $C_g^m$  ها ضرایبی برحسب  $H$  و  $D_g$ ، ضریب پخش نوترون هستند.

۲۰۲ گسسته‌سازی برای مرتبه اول بسط شار [۸، ۷]

شار نوترونی در هر نود تا مرتبه اول بسط یعنی چندجمله‌ای‌های درجه پنج، به فرم رابطه ۶ بسط داده شده و سپس در رابطه ۱ جای‌گذاری می‌شود.

$$\phi_g^{[1]} = \phi_g^{[0]} + d_{gx} h_\Delta(\xi_x) + d_{gu} h_\Delta(\xi_u) + d_{gv} h_\Delta(\xi_v) \quad (6)$$

که در آن،  $\phi_g^{[0]}$  همان جملات رابطه ۳ است. پس از جای‌گذاری رابطه ۶ در رابطه ۱، با انتگرال‌گیری و اعمال شرایط پیوستگی جریان، معادله همبسته نودال برای هر نود نیز به‌صورت رابطه ۷ حاصل می‌شود و معادله تراز نودال نیز به شکل رابطه ۵ باقی می‌ماند.

$$\begin{bmatrix} j_{gxr}^{+m} \\ j_{gxl}^{+m} \\ j_{gur}^{+m} \\ j_{gul}^{+m} \\ j_{gvr}^{+m} \\ j_{gvl}^{+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & C_{g7}^m & C_{g8}^m & C_{g9}^m & C_{g10}^m \\ C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & C_{g7}^m & -C_{g8}^m & -C_{g9}^m & -C_{g10}^m \\ C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & C_{g7}^m & C_{g8}^m & C_{g9}^m & C_{g10}^m \\ C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & C_{g7}^m & -C_{g8}^m & -C_{g9}^m & -C_{g10}^m \\ C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & C_{g7}^m & C_{g8}^m & C_{g9}^m & C_{g10}^m \\ C_{g1}^m & C_{g2}^m & C_{g3}^m & C_{g4}^m & C_{g5}^m & C_{g6}^m & -C_{g7}^m & -C_{g8}^m & -C_{g9}^m & -C_{g10}^m \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} j_{gxr}^{-m} & j_{gxl}^{-m} & j_{gur}^{-m} & j_{gul}^{-m} & j_{gvr}^{-m} & j_{gvl}^{-m} & \Phi_g^m & d_{gx}^m & d_{gu}^m & d_{gv}^m \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

متغیر  $d_{gw}$  ضرایب بسط مرتبه اول است و از رابطه ۸ به دست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} \alpha_g^m & \beta_g^m & \beta_g^m \\ \beta_g^m & \alpha_g^m & \beta_g^m \\ \beta_g^m & \beta_g^m & \alpha_g^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{gx} \\ d_{gu} \\ d_{gv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{gx}^m \\ Q_{gu}^m \\ Q_{gv}^m \end{bmatrix} \quad (8)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \alpha_g^m &= \frac{61 D_g^m}{9 H^2} + \frac{179}{4752} \sum_{rg}^m \\ \beta_g^m &= \frac{13 D_g^m}{36 H^2} + \frac{49}{19008} \sum_{rg}^m \\ Q_{gx}^m &= \left[ \frac{61 D_g^m}{9 H^2} + \frac{179}{4752} \sum_{rg}^m \right] d_{gx} + \left[ \frac{13 D_g^m}{36 H^2} + \frac{49}{19008} \sum_{rg}^m \right] d_{gu} \\ &+ \left[ \frac{13 D_g^m}{36 H^2} + \frac{49}{19008} \sum_{rg}^m \right] d_{gv} \end{aligned} \quad (9)$$

همچنین برای  $Q_{gu}^m$  و  $Q_{gv}^m$  نیز رابطه‌هایی مشابه با  $Q_{gx}^m$  به دست می‌آید.



تغییر می‌کنند. به‌عنوان نمونه فرم الحاقی دوگروهی برای  $w = x$  به صورت رابطه ۱۳ به دست می‌آید:

$$Q_{1x}^m = \sum_{R,1}^m \left[ \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{a}_{1x} + \frac{1}{\lambda} \tilde{c}_1 \right] + \frac{\nu_{23}^m}{k^\dagger} \left[ -\frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{a}_{1x} - \frac{1}{\lambda} \tilde{c}_1 + \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{d}_{1x}^m + \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{d}_{1u}^m + \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{d}_{1v}^m \right] + \sum_{s,12}^m \left[ -\frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{a}_{1x} - \frac{1}{\lambda} \tilde{c}_1 + \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{d}_{1x}^m + \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{d}_{1u}^m + \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{d}_{1v}^m \right] \quad (13)$$

رابطه ۱۳ برای گروه انرژی سریع است و هم‌چنین برای گروه انرژی حرارتی به صورت رابطه ۱۴ نتیجه می‌شود.

$$Q_{2x}^m = \sum_{a,2}^m \left[ \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{a}_{1x} + \frac{1}{\lambda} \tilde{c}_1 \right] + \frac{\nu_{23}^m}{k^\dagger} \left[ -\frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{a}_{1x} - \frac{1}{\lambda} \tilde{c}_1 + \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{d}_{1x}^m + \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{d}_{1u}^m + \frac{\nu_{23}}{\nu_{26}} \tilde{d}_{1v}^m \right] \quad (14)$$

به همین ترتیب روابطی مشابه برای  $Q_{gv}^m$  و  $Q_{gu}^m$  نیز به دست می‌آید.

#### ۴. الگوریتم استفاده شده در SH<sup>3</sup>-ACNEM

با به دست آوردن مجموعه کامل معادلات نودال، توزیع شار نوترونی در هر گروه انرژی و ضریب تکثیر مؤثر نوترونی از حل دستگاه معادلات به دست می‌آیند. از آنجایی که معادلات همبسته و تراز نودال مستقل از هم‌دیگر نیستند و معادله تراز نودال از جای‌گذاری معادلات همبسته در معادله پخش نتیجه می‌شود، دستگاه معادلات به دست آمده از نوع مقدار ویژه است و به روش تکرار توان قابل حل است [۷]. الگوریتم تکرار توان برای حل معادله پخش بر مبنای روش نودال بسط شار مرتبه بالا در شکل ۲ نشان داده شده است. هم‌چنین شرط هم‌گرایی برای محاسبه ضریب تکثیر برابر  $10^{-7}$  و برای توزیع شار نوترونی برابر  $10^{-5}$  در نظر گرفته شده است.

#### ۵. معرفی رآکتور IAEA-۲D

به‌منظور اطمینان از روش گسسته‌سازی و هم‌چنین بررسی دقت برنامه توسعه داده شده SH<sup>3</sup>-ACNEM، محاسبات برای مسأله آزمون معتبر قلب رآکتور IAEA-۲D [۱۱] که سطح مقطع‌های ماکروسکوپی و نتایج آن‌ها گزارش شده، انجام می‌شود. رآکتور IAEA-۲D، یک مسأله آزمون آژانس بین‌المللی انرژی اتمی است که توسط ACC<sup>۱</sup> در سال ۱۹۷۷ ارائه شد. در شکل ۳ نحوه‌ی چیدمان مجتمع‌های سوخت در قلب رآکتور IAEA-۲D نشان داده شده است. شماره موجود در هر یک از مجتمع‌ها بیانگر شماره ماده است و مشخصات آن‌ها در جدول ۱ آورده شده است.

#### ۳. حل معادله پخش الحاقی با SH<sup>3</sup>-ACNEM

معادله الحاقی پخش نوترون با تعریف شار الحاقی  $(\phi^\dagger)$ ، به صورت رابطه ۱۰ تعریف می‌شود [۹، ۱۰] که با انتگرال‌گیری از آن نسبت به حجم نود  $\Pi^m$ ، به صورت رابطه ۱۱ به دست می‌آید و در آن  $u = x, y$  و  $m = 1, \dots, M$  است.

$$-\nabla \cdot D_g \nabla \phi_g^\dagger + \sum_{t,g} \phi_t^\dagger - \sum_{g'=1}^G \sum_{g'g} \phi_{g'}^\dagger = \frac{\nu \sum_{f,g} \chi_{fg} \phi_{fg}^\dagger}{k_{eff}} \quad (10)$$

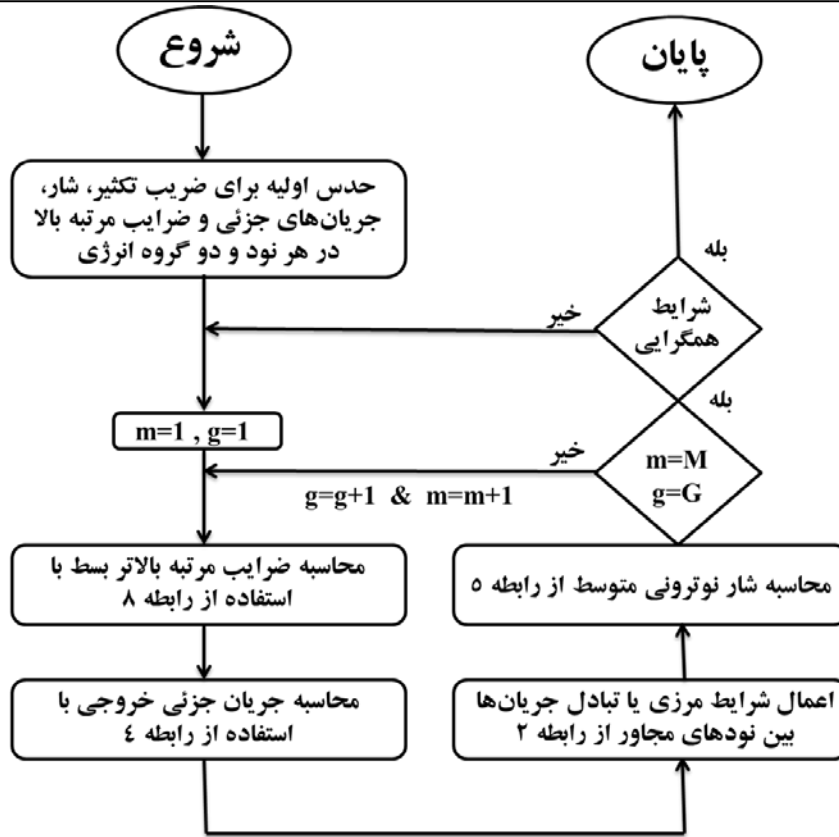
$$\sum_{s=r,l}^{u=x,y} \frac{1}{h_u^m} \{j_{gus}^{+m} - j_{gus}^{-m}\} + \sum_{r,g} \phi_{g,m}^\dagger = \sum_{g'=1}^G \sum_{g'g} \phi_{g',m}^\dagger + \frac{\nu \sum_{f,g} \chi_{fg} \phi_{fg,m}^\dagger}{k_{eff}} \quad (11)$$

روند گسسته‌سازی معادلات الحاقی برای هندسه شش‌گوش مشابه بخش قبل یعنی محاسبات مستقیم است. مطابق قبل بسط شار الحاقی تا مرتبه اول (تا چند جمله‌ای‌های درجه پنج) در نظر گرفته می‌شود و سپس در رابطه ۱۱ جای‌گذاری می‌شود. با انجام این محاسبات معادله همبسته نودال مشابه رابطه ۷ نتیجه می‌شود که با جای‌گذاری آن در رابطه ۱۱، فرم ماتریسی معادله تراز الحاقی نودال در دو گروه انرژی به صورت رابطه ۱۲ حاصل می‌شود.

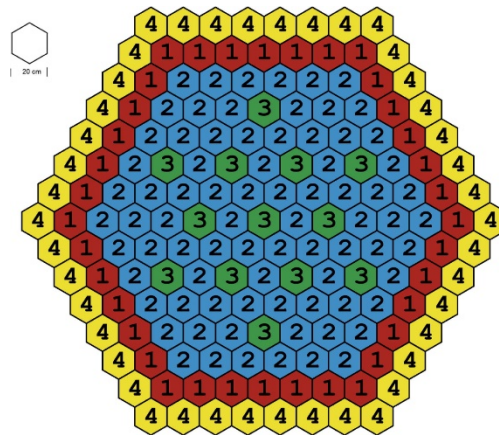
$$\begin{bmatrix} \frac{\nu}{H} C_{1,\delta}^m + \sum_{R,1}^m & -\sum_{s,12}^m \\ \cdot & \frac{\nu}{H} C_{2,\delta}^m + \sum_{a,2}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1^m \\ \Phi_2^m \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{eff}^\dagger} \begin{bmatrix} \chi_{1\nu} \sum_{f,1} & \cdot \\ \chi_{2\nu} \sum_{f,2} & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1^m \\ \Phi_2^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\nu}{H} (1 - C_{1,1}^m - C_{1,2}^m - \nu C_{1,3}^m - \nu C_{1,4}^m) & \cdot \\ \cdot & \frac{\nu}{H} (1 - C_{2,1}^m - C_{2,2}^m - \nu C_{2,3}^m - \nu C_{2,4}^m) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} j_{wr}^{-m} + j_{wl}^{-m} \\ j_{vr}^{-m} + j_{vl}^{-m} \end{bmatrix} \quad (12)$$

که در آن  $w = (x, u, v)$  است و هم‌چنین ضرایب  $C_{g,2}^m, C_{g,1}^m, C_{g,3}^m, C_{g,4}^m$  و  $C_{g,\delta}^m$  موجود در این معادله قبلاً در محاسبات مستقیم تعریف شده‌اند. هم‌چنین به‌منظور به دست آوردن معادلات مربوط به ضرایب مرتبه اول بسط شار الحاقی، روند محاسبات مشابه حالت مستقیم است. در نهایت معادلات مشابه حالت مستقیم نتیجه می‌شوند البته جملات مربوط به  $Q_{gw}^m$





شکل ۲. الگوریتم تکرار توان استفاده شده در SH-ACNEM.



شکل ۳. چینش مجتمع‌های سوخت در قلب رآکتور IAEA-۲D [۱۲].

جدول ۱. ثوابت دو گروهی حرارتی و سریع برای قلب رآکتور IAEA-۲D [۱۲]

ماده ۴	ماده ۳	ماده ۲	ماده ۱	ثوابت گروهی
۱٫۵	۱٫۵	۱٫۵	۱٫۵	$D_1 (cm)$
۰٫۴	۰٫۴	۰٫۴	۰٫۴	$D_2 (cm)$
۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	$v\Sigma_{f,1} (cm^{-1})$
۰٫۰	۰٫۱۳۵	۰٫۱۳۵	۰٫۱۳۵	$v\Sigma_{f,2} (cm^{-1})$
۰٫۰	۰٫۰۱	۰٫۰۱	۰٫۰۱	$\Sigma_{a,1} (cm^{-1})$
۰٫۰۱	۰٫۱۳	۰٫۰۸۵	۰٫۰۸	$\Sigma_{a,2} (cm^{-1})$
۰٫۰۴	۰٫۰۲	۰٫۰۲	۰٫۰۲	$\Sigma_{s,12} (cm^{-1})$



## ۶. نتایج و بحث

مطابق با مراجع، شرط مرزی برای قلب رآکتور IAEA-2D، به صورت آلبدو برابر با ۰/۵ در نظر گرفته شده است یعنی برای سطوح مرزی رابطه ۱۵ فرض شده است [۱۳].

$$j_{gws}^{-m} = \alpha_{gws}^m j_{gws}^{+m} \quad (15)$$

در جدول ۲، ضریب تکثیر مؤثر نوترونی مستقیم و الحاقی محاسبه شده برای نودهایی به اندازه یک مجتمع سوخت، گزارش شده است که مطابق انتظار ضریب تکثیر مؤثر نوترونی الحاقی با ضریب تکثیر مؤثر نوترونی مستقیم برابر شده است. لازم به ذکر است که اختلاف بین محاسبات انجام شده در این پژوهش و مقدار گزارش شده در مرجع، برای مرتبه صفرم بسط شار برابر ۵۱۷ pcm و برای مرتبه اول بسط شار برابر ۱۶ pcm - نتیجه شد. مقدار ضریب تکثیر مؤثر مرجع برابر ۱/۰۰۵۵۱ است [۱۳].

همان‌طور که از جدول ۳ قابل مشاهده است، متوسط خطای نسبی توزیع توان نسبی با افزایش مرتبه بسط شار، از ۱۱/۳۶٪ به ۳/۵۲٪ و همچنین بیشینه آن از ۲۳/۹۷٪ به ۸/۸۸٪ کاهش می‌یابد. همچنین مطابق شکل ۴ درصد خطای نسبی توزیع توان برای مرتبه صفرم و اول بسط شار، برای قلب رآکتور IAEA-2D قابل مقایسه است. همان‌طور که در این شکل قابل مشاهده است، بیش‌ترین خطاهای روش نودال بسط شار در مجتمع‌های سوختی اتفاق می‌افتد که تغییرات شار زیادی داشته باشند. مجتمع‌های سوختی که در همسایگی بازتابده هستند یا آن‌هایی که سطح مقطع‌های جذب بیش‌تری نسبت به مجتمع‌های مجاورشان دارند، بیش‌ترین تغییرات شار را نیز دارند.

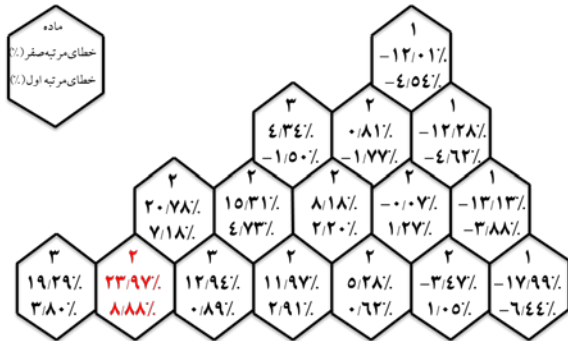
جدول ۲. ضریب تکثیر مؤثر محاسبه شده برای قلب رآکتور IAEA-2D

مرتبه بسط	ضریب تکثیر مستقیم	ضریب تکثیر الحاقی	خطا (pcm)
صفرم	۱/۰۰۰۳۰	۱/۰۰۰۳۰	-۵۱۷
اول	۱/۰۰۵۳۴	۱/۰۰۵۳۴	-۱۶

جدول ۳. مقایسه متوسط و بیشینه خطای نسبی توزیع توان نسبی در قلب

رآکتور IAEA-2D

مرتبه بسط	متوسط خطای توان (درصد)	بیشینه خطای توان (درصد)	زمان اجرا
صفرم	۱۱/۳۶	۲۳/۹۷	۱۸
اول	۳/۵۲	۸/۸۸	۲۸



شکل ۴. خطای نسبی توزیع توان نسبی برای مرتبه صفرم و اول بسط شار، در یک دوازدهم قلب رآکتور IAEA-2D نسبت به مراجع [۱۳، ۱۵].

در شکل ۵، توزیع شار نوترونی سریع و حرارتی محاسبه شده با نودال بسط شار مرتبه اول نمایش داده شده‌اند. از لحاظ کیفی، توزیع شارهای نوترونی مطابق مرجع [۱۴] به دست آمد و در هر مجتمع سوخت متناسب با سطح مقطع‌های شکافت، پراکندگی و ضریب پخش نوترون است و در نواحی بازتابنده توزیع شار نوترونی سریع کاهش می‌یابد.

مطابق با شکل ۶، توزیع شار الحاقی سریع و حرارتی نشان داده شده است. مطابق انتظار توزیع شار الحاقی که اهمیت شار نوترونی را نشان می‌دهد، در مناطقی که شار نوترونی سریع بزرگ‌تر از حرارتی است، شار الحاقی حرارتی بزرگ‌تر از الحاقی سریع است. همان‌طور که از نتایج محاسبات انجام شده برای مسأله آزمون IAEA-2D مشخص است، محاسبات انجام شده به روش گسسته‌سازی نودال بسط شار جریان متوسط و استفاده از الگوریتم به روش تکرار توان با مش‌های در ابعاد یک مجتمع سوخت مورد تأیید است. به‌طور کلی از تحلیل نمودارها و نتایج این بخش می‌توان چنین برداشت کرد که با افزایش مرتبه بسط شار بدون تغییر در ابعاد نودها، دقت محاسبات به صورت قابل چشمگیری افزایش می‌یابد.



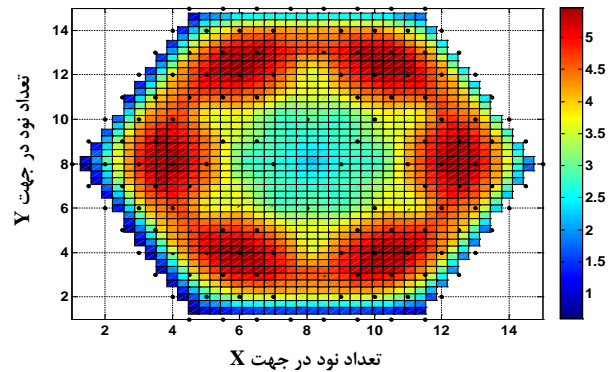
۷. نتیجه گیری

چالش امروز محاسبات هسته ای یافتن روش هایی است که هزینه و زمان محاسبات کمتری داشته باشند. همان طور که در این پژوهش نشان داده شد، روش نودال بسط شار مرتبه بالا این ویژگی را دارد. در روش نودال بسط شار می توان با افزایش مرتبه بسط در روش جریان متوسط، علاوه بر حفظ زمان و حجم محاسبات کم، دقت محاسبات را به نسبت قابل ملاحظه ای افزایش داد؛ به طوری که با افزایش مرتبه بسط، متوسط و بیشینه خطای نسبی توزیع توان به یک سوم کاهش می یابد. به عنوان مثال برای قلب رآکتور IAEA-۲D با افزایش مرتبه بسط شار از صفر به یک، متوسط و بیشینه اختلاف نسبی توزیع توان به ترتیب از ۱۱/۳۶٪ و ۲۳/۹۷٪ به ۳/۵۲٪ و ۸/۸۸٪ بهبود می یابد.

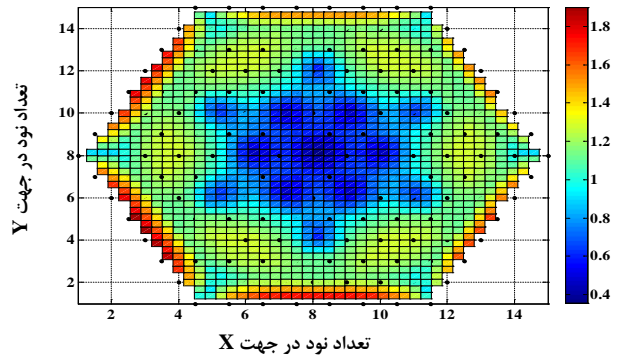
از آن جایی که تعداد آشکارسازها در قلب رآکتور محدود است، به نظر می رسد که استفاده از روش های با مش های بزرگ (۱۲) ضروری باشد. هم چنین در محیث محاسبات غیر ایستا به دلیل وجود گسسته سازی زمانی علاوه بر گسسته سازی مکانی، هزینه و زمان اجرای محاسبات به شدت افزایش می یابد. به همین دلیل استفاده از روش نودال بسط شار مرتبه بالا با نودهایی در ابعاد یک مجتمع سوخت به منظور حل معادله پخش وابسته به زمان می تواند کارآمد باشد چراکه علاوه بر حفظ هزینه و زمان اجرای محاسبات غیر ایستا، از دقت خوبی نیز برخوردار است.

فهرست علامت ها و نشانه ها

شماره نود	$\Pi^m$
ضخامت نود $(m = 1, 2, \dots, M)$	$H$
سطح چپ $(S = l)$ یا راست $(S = r)$ در راستای $W$ در نود $m$ و $W = X, U, V$	$\Gamma_{WS}^m$
شار متوسط گروه انرژی $g$ در نود $\Pi^m$	$\Phi_g^m$
جریان متوسط جزئی گروه $g$ داخل شونده (-)، خارج شونده (+) به (از) سطح $\Gamma_{WS}^m$	$j_{gws}^{+m}, j_{gws}^{-m}$
نود مجاور با نود $m$ از طرف سطح $\Gamma_{WS}^m$	$\Pi^{mws}$

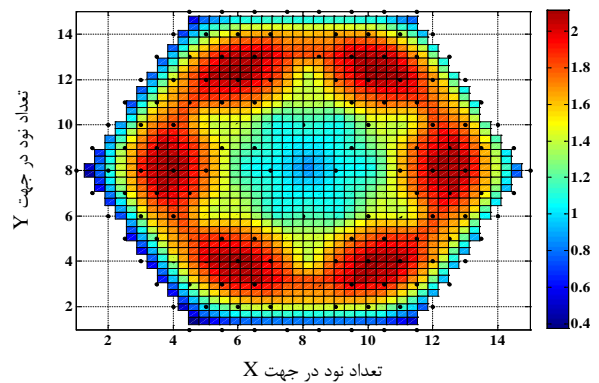


(الف)

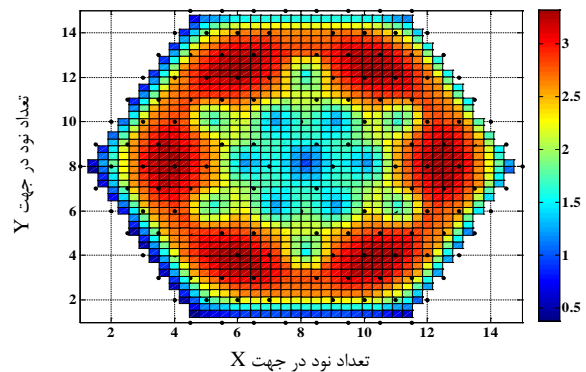


(ب)

شکل ۵. توزیع شار نوترونی سریع (الف) و حرارتی (ب) محاسبه شده با SH<sup>۲</sup>-ACNEM برای قلب رآکتور IAEA-۲D.



(الف)



(ب)

شکل ۶. توزیع شار الحاقی سریع (الف) و حرارتی (ب) محاسبه شده با SH<sup>۲</sup>-ACNEM برای قلب رآکتور IAEA-۲D.

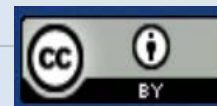


## مراجع

1. D.G. Teixeira, F.C. da Silva, *Pin-by-pin power reconstruction method using expansion in pseudo-harmonics*, *Annals of Nuclear Energy*, **123**, 145-15 (2019).
2. T. Downar, et al, *PARCS v2. 6 US NRC core neutronics simulator theory manual*, *Purdue University*, West Lafayette, IN, (2004).
3. J. Putney, *A hexagonal geometry nodal expansion method for fast reactor calculations*, *Progress in Nuclear Energy*, **18(1-2)**, 113-121 (1986).
4. R.D. Lawrence, *DIF3D nodal neutronics option for two-and three-dimensional diffusion theory calculations in hexagonal geometry [LMFBR]*, *Argonne National Lab.*, IL (USA), (1983).
5. S. Hall, *The Development of a Nodal Method for the Analysis of PWR Cores with Advanced Fuels*, (2013).
6. N. Poursalehi, A. Zolfaghari, A. Minuchehr, *Performance comparison of zeroth order nodal expansion methods in 3D rectangular geometry*, *Nuclear Engineering and Design*, **252**, 248-266 (2012).
7. S.A. Hosseini, N. Vosoughi, J. Vosoughi, *Neutron noise simulation using ACNEM in the hexagonal geometry*, *Annals of Nuclear Energy*, **113**, 246-255 (2018).
8. J. Putney, *A nodal expansion method for fast reactor calculations in hexagonal geometry*, *Annals of Nuclear Energy*, **14(1)**, 9-23 (1987).
9. G.I. Bell, S. Glasstone, *Nuclear reactor theory*, *US Atomic Energy Commission*, *Washington*, DC (United States), (1970).
10. T.K. Kim, C.H. Kim, *Solution of mathematical adjoint equation for a higher order nodal expansion method*, *Nuclear Science and Engineering*, **123(3)**, 381-391 (1996).
11. A.C. Center, *Benchmark Problem Book, Report ANL-7416 (Suppl. 2)*, *Argonne National Laboratory*, Argonne, IL, (1977).
12. A. Hebert, *A Raviart-Thomas-Schneider solution of the diffusion equation in hexagonal geometry*, *Annals of Nuclear Energy*, **35(3)**, 363-376 (2008).
13. Y.A. Chao, Y. Shatilla, *Conformal mapping and hexagonal nodal methods—II: implementation in the ANC-H code*, *Nuclear Science and Engineering*, **121(2)**, 210-225 (1995).
14. S.A. Hosseini, N. Vosoughi, *Neutron noise simulation by GFEM and unstructured triangle elements*, *Nuclear Engineering and Design*, **253**, 238-258 (2012).
15. U. Grundmann, F. Hollstein, *A two-dimensional intranodal flux expansion method for hexagonal geometry*, *Nuclear Science and Engineering*, **133(2)**, 201-212 (1999).

## COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



## استناد به این مقاله

علی کللی، داود نقوی دیزجی، ناصر وثوقی (۱۴۰۲)، توسعه نرم‌افزار شبیه‌ساز SH<sup>v</sup>-ACNEM به منظور حل معادلات مستقیم و الحاقی پخش نوترون در قلب رآکتورهای با هندسه شش گوش، ۱۰۶، ۱۰۳-۱۱۰

DOI: 10.24200/nst.2023.436.1298

Url: [https://jonsat.nstri.ir/article\\_1580.html](https://jonsat.nstri.ir/article_1580.html)

