

اثر چرخش بر آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور مغناطیسی در پلاسمای چینه‌ای با توزیع چگالی توانی

محمدعلی معصوم بروست گنگ لاهیجانی، سهیل خوشبین فر*

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه گیلان، صندوق پستی: ۴۱۶۳۵-۱۹۱۴، رشت - ایران

*Email: skhoshbinfar@gilan.ac.ir

مقاله‌ی پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۱۲/۲۲ تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۲/۵/۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۵/۴

چکیده

در این پژوهش، اثر اعمال همزمان چرخش پلاسما و میدان مغناطیسی خارجی ایستا در پلاسمایی با تابعیت توانی چگالی بر آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور به صورت تحلیلی مطالعه شده است. پلاسمایی مدنظر چینه‌ای تراکمندپذیر است و بین دو صفحه‌ی $z=0$ و $z=h$ محصور شده است. در رژیم آهنگ رشد خطی، رابطه‌ی پاشندگی برای مجموعه معادلات MHD ایده‌آل با اعمال اثر چرخش و شرایط مرزی مناسب استخراج شد. رابطه‌ی پاشندگی پایانی، تأثیر ترکیب همزمان میدان مغناطیسی افقی و سرعت زاویه‌ای ثابت پلاسما را بر آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور به خوبی نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهند که آهنگ رشد ناپایداری به مؤلفه افقی میدان مغناطیسی، چرخش پلاسما و همچنین پارامتر بی بعد λ^* بستگی دارد. بیشینه‌ی ناپایداری در مقدار $-1.5 = \lambda^*$ رخ می‌دهد. در مقایسه با حالت غیردورانی متناظر، نتایج اخیر نشان می‌دهد که ترکیب همزمان چرخش و میدان مغناطیسی خارجی ایستا، مدیریت آهنگ رشد ناپایداری را بهبود می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: چرخش پلاسما، میدان مغناطیسی محوری، معادلات MHD ایده‌آل، گرادیان چگالی توانی، ناپایداری رایلی-تیلور مغناطیسی

The effect of rotation on the growth rate of magnetic Rayleigh-Taylor instability in stratified plasma with power-law density profile

M.A. Masoumparast, S. Khoshbinfar*

Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Gilan University, P, P.O.BOX: 41635-1914, Rasht – Iran

Research Article

Received: 13.3.2023, Revised: 25.7.2023, Accepted: 26.7.2023

Abstract

In this research, the effect of simultaneous application of plasma rotation and static external magnetic field in a plasma with a power law density function on the growth rate of Rayleigh-Taylor instability (RTI) has been studied analytically. Plasma is incompressible and enclosed between two planes $z=0$ and $z=h$. In a linear growth rate regime, the dispersion relation for the ideal MHD equations was first derived by applying the rotation effect and appropriate boundary conditions. The final dispersion relation represents the effect of the simultaneous combination of the axial magnetic field and the constant angular velocity of the plasma on the RTI growth rate. The results show that the growth rate of instability depends on the horizontal component of the magnetic field, the plasma rotation, and also on the dimensionless parameter λ^* . The maximum instability occurs at $\lambda^*=-1.5$ compared to the corresponding non-rotational case. Recent results show that the simultaneous combination of rotation and static external magnetic field improves the management of instability growth rate.

Keywords: Plasma rotation, Axial magnetic field, Ideal MHD equations, Power law density gradient, Magnetic Rayleigh-Taylor instability



آهنگ رشد خطی ناپایداری رایلی-تیلور در همجوشی محصور شده لختی (ICF) نیز مشاهده می شود. بر این اساس، انفجار درونی هدفهای ICF به طور ذاتی ناپایدار هستند، به ویژه نسبت به ناپایداری رایلی-تیلور متمایل به این امر است که در ابتدا از داخل، پوسته ای انفجار را تخریب کرده و سپس از تشکیل لکه‌ی داغ جلوگیری می‌کند. بنابراین، هدف از افروزش لکه‌ی داغ مرکزی، به صورتی حیاتی به چگونگی کنترل این ناپایداری بستگی دارد. این موضوع یکی از مهم‌ترین بحث‌های چالش برانگیز در ICF است. این ناپایداری، در دو مرحله در طی انفجار درونی اتفاق می‌افتد؛ اول، در سطح بیرونی پوسته یعنی سطح خارجی ساقمه‌ی سوخت به وسیله‌ی فشارکنگی ایجاد می‌شود، این کندگی ناشی از جذب پالس لیزری در ناحیه‌ی هاله می‌باشد. دوم، در سطح درونی پوسته و در پایان مرحله‌ی انفجار درونی یعنی هنگامی که پوسته تحت فشار اعمال شده در ناحیه‌ی داغ مرکزی کند می‌شود، رخ می‌دهد [۲].

به طور خاص، یکی از مشکلات نهفته در راهاندازی مستقیم در همجوشی محصور شده لختی، نیازمندی رساندن سوخت به چگالی‌های بالا بوده که این موضوع مستلزم صرف توان گرمایشی بالا می‌باشد. به موازات صرف توان حرارتی بیشتر، سرعت انفجار درونی نیز افزایش می‌یابد. افزایش سرعت انفجار درونی به ازاء یک توان ورودی معین، به دلیل افزایش آهنگ رشد ناپایداری هیدرودینامیکی رایلی-تیلور، موجب کاهش بهره انرژی هدف خواهد شد. این وضعیت بر چگالی ناحیه‌ای سوخت کسر مصرف سوخت و کاهش بیشتر بهره انرژی هدف اثرگذار است [۴-۳].

پژوهشگران به کمک روش‌هایی تلاش می‌کنند تا این ناپایداری را کنترل و مهار نمایند. چندین سازوکار فیزیکی وجود دارد که می‌تواند روی آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور مؤثر باشد، اثرات گردایان چگالی و ثبت کندگی از این قبیل‌اند. میدان مغناطیسی نیز اثر پایدارکننده‌ای بر روی آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور دارد، حضور میدان مغناطیسی خارجی ایستا می‌تواند پارامترهای پلاسما را تغییر دهد [۵]؛ به شکلی که یون‌ها، نیروی چرخشی بزرگی با سرعت زاویه‌ای ثابت تجربه و در امتداد جهت $\vec{E} \times \vec{B}$ حرکت می‌کنند [۶]. میدان‌های مغناطیسی به کار رفته در انفجارهای درونی گذاخت لختی، باعث فشرده شدن پلاسما می‌گردد به طوری که با شدت‌های مناسب می‌توانند از اتلاف هدایت حرارتی الکترون‌های سوخت داغ جلوگیری کنند. این کار اولین بار در تجهیزات لیزر امگا

۱. مقدمه

ناپایداری رایلی-تیلور معمولاً به دلیل شتاب ثابت گرانش در فصل مشترک دو سیال با چگالی‌های مختلف که روی یکدیگر یا در تماس با یکدیگر در میدان گرانشی قرار داشته باشند، رخ می‌دهد. جهت این شتاب که مقدار آن ثابت است، همواره از طرف سیال سبک‌تر به سمت سیال سنگین‌تر و یا از بالا به پایین است ($\bar{g} = -\ddot{a}$). به طور کلی ناپایداری رایلی-تیلور زمانی رخ می‌دهد که گردایان چگالی و گردایان فشار علامت‌های مخالف یکدیگر داشته باشند؛ بنابراین شرط کلی ناپایداری به صورت $\nabla p < 0$ خواهد بود. این شرط بسیار مفید بوده و از نظر فیزیکی، کاربردهای فراوانی در ICF دارد. مطابق نظریه‌ی خطی، اختلالات نوسانی در فصل مشترک ناپایدار با طول موج λ و دامنه‌ی اولیه‌ی $\lambda > 0$ ، به صورت نمایی $\exp(\gamma_{RT}t)$ با زمان رشد می‌کنند. در این رابطه $\gamma_{RT} = \sqrt{A_T kg}$ آهنگ رشد خطی ناپایداری رایلی-تیلور، $k = 2\pi/\lambda$ عدد موج اختلال در فصل مشترک و $(\rho_s - \rho_i)/(\rho_s + \rho_i) = A_T$ عدد آتومود می‌باشد. اگر $\rho_s < \rho_i$ باشد، یعنی سیال سبک در بالای سیال سنگین باشد ($A_T > 0$)، آن‌گاه فصل مشترک پایدار خواهد بود و اختلالات با دامنه‌ی محدود به صورت سینوسی در فصل مشترک رشد می‌کنند و در اصطلاح به این حالت، حالت پایدار می‌گویند. اما اگر $\rho_s > \rho_i$ باشد یعنی سیال سنگین در بالای سیال سبک قرار گیرد ($A_T < 0$)، آن‌گاه سیستم ناپایدار خواهد بود و اختلالات در فصل مشترک به صورت نمایی رشد می‌کنند و سپس از فصل مشترک به درون دو سیال راه پیدا می‌کنند و هر دو سیال را دربر می‌گیرند، به طوری که با گذشت زمان سرانجام دو سیال با یکدیگر مخلوط می‌شوند. آهنگ رشد به ازاء λ واگرا می‌شود و برای طول موج‌های کوتاه باید تنش سطحی و وُشکسانی را در نظر گرفت. با این حال، هر دوی این اثرات در ICF ناچیز هستند. در حالتی که تراکم پذیری سیال کم باشد ($\bar{u} = 0$)، تأثیر وُشکسانی در ICF بسیار ناچیز است. اگر دامنه‌ی اختلالات با طول موج اختلالی قابل مقایسه باشند ($\lambda/2\pi \approx 0$)، آهنگ رشد شروع به کندشدن می‌کند، این پدیده اشباع رشد خطی نامیده می‌شود. در این حالت اختلالات سینوسی اولیه نامتقارن می‌شود و فصل مشترک دو سیال تغییر شکل داده و الگوهای قارچ‌گونه در آن پدیدار می‌گردد [۲-۱].



کاهش ناپایداری رایلی-تیلور به کمک چگالی توانی محوری، نخستین بار در سال ۱۹۹۶ میلادی در آزمایشگاه ملی سندیا (SNL) گزارش شد [۱۰]. برخلاف تابعیت توانی شعاعی برای چگالی اولیه‌ی پلاسمما، تابعیت توانی محوری می‌تواند به جای تأخیر در شروع رشد ناپایداری رایلی-تیلور در واقع ناپایداری رایلی-تیلور را کاهش دهد و حتی آن را به طور کامل سرکوب کند آن هم به قیمت کاهش بازده هیدرودینامیکی شتاب. به دنبال بهترین مبادله بین ثبات و عملکرد، ترکیب این دو رویکرد طبیعی است. چگالی توانی شعاعی را می‌توان برای سرکوب رشد اختلال در لایه‌های بیرونی با چگالی پایین‌تر در طول زمان افزایش جریان استفاده کرد، در حالی که چگالی توانی محوری به کاهش سرعت رشد اختلال در طول مرحله‌ی شتاب‌دهی توسط بیشینه جریان کمک می‌کند [۱۰-۹]. اعمال چگالی توانی سوخت به شدت بر کیفیت گداخت نهایی تأثیرگذار بوده و مسیر تحول افروزش-اشتعال هدف را کاملاً متفاوت از روش استاندارد تغییر می‌دهد. مشاهده می‌شود که افزایش نما در تابعیت توانی چگالی غیرخطی موجب کنترل آهنگ شتاب‌دهی و تداوم بهبود بهره‌ی انرژی هدف می‌گردد [۱۲].

علاوه بر میدان‌های مغناطیسی خارجی ایستا و تابعیت چگالی اولیه‌ی پلاسمما، مطالعات نظری سیال‌های چرخان نشان می‌دهد که چرخش حول محوری عمود بر جهت شتاب می‌تواند آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور را مهار کند. به طور خاص، مشکلات ناشی از ناپایداری رایلی-تیلور در تلاش برای تولید نیرو از همگوشی محصورشده لختی، پژوهشگران را برانگیخته است تا به دنبال درک اثر چرخش بر آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور باشند. وجود چرخش یک نیروی بازگرداننده را بر عنصر سیال که عمود بر محور چرخش حرکت می‌کند، وارد می‌کند (نیروی کوریولیس). این نیروی مجازی که در چارچوب مرجع چرخان ظاهر می‌شود، طوری عمل می‌کند تا عنصر سیال را که در جهتی عمود بر محور چرخش حرکت می‌کند، به موقعیت اصلی خود بازگرداند و مسیری منحنی را دنبال کند. وجود نیروی کوریولیس به سیال اجازه می‌دهد تا از حرکت‌های موج اینرسی پشتیبانی کند (مشابه چرخشی، امواج گرانشی درونی که توسط گرادیان چگالی پشتیبانی می‌شود). بنابراین، نیروی کوریولیسی که بر سیال‌های تحت چرخش اثر می‌گذارد، می‌تواند با مهار گرادیان‌های سرعت موازی با محور چرخش اثر تثبیت‌کننده‌ای بر جریان‌های سیال ناپایدار داشته باشد [۱۷-۱۳].

مشاهده شد، جایی که میدان مغناطیسی محوری به بزرگی $8T$ باعث افزایش دمای لکه‌ی داغ و افزایش بازده هدف از 15% به 30% گردید [۱۴]. پیش‌بینی می‌شود که میدان‌های مغناطیسی بزرگ‌تر تأثیر بهتری بر عملکرد هدف دارند، به طوری که دسته‌ای از این محاسبات نشان می‌دهند که فرایند افزایش به کمک هدایت حرارتی مغناطیسی مناسب، بهتر صورت می‌گیرد. همچنین می‌توانند به طور مؤثر یون‌های DT و ذرات آلفا را محصور کرده و احتمال برخورد و بازده همگوشی را افزایش دهند. علاوه بر بهبود در عملکرد کلی هدف، وجود میدان مغناطیسی مناسب باعث ایجاد تغییر در روند رشد اختلال می‌شود، به طوری که تنش در خطوط میدان مغناطیسی از طریق نیروی لورنتس می‌تواند ناپایداری رایلی-تیلور را مهار کند [۱۵].

ناپایداری‌های MRT^۱ بسته به نوع تابعیت چگالی اولیه‌ی پلاسمما می‌توانند رشد یا کاهش یابند. برای پلاسمما با تابعیت چگالی توانی (محوری و شعاعی)، آهنگ رشد اختلالات به صورت نسبتاً آهسته و غیرنامایی پیش‌بینی می‌شود. مشخصه‌ی چگالی توانی شرایطی را فراهم می‌کند که تحت آن، مرز بین میدان مغناطیسی و پلاسمما با افزایش گرادیان چگالی به طرف محور تنگش شتاب نمی‌گیرد و ناپایداری‌های MRT که به صورت نمایی در حال رشد است سرکوب می‌شوند. با در نظر گرفتن چگالی اولیه‌ی پلاسمای چینه‌ای به صورت تابعیت توانی شعاعی ($\rho(r) \propto r^{-n}; n \geq 1$) مشاهده می‌شود که در نزدیکی لحظه‌ی مکث آنی (Stagnation) تغییرات چگالی به سرعت با افزایش نما کاهش می‌یابد؛ به ازای $n=1$ اندکی کاهش شتاب را شاهد هستیم که اثر پایداری کم است. برای $n=2$ شبیه به شتاب صفر را خواهیم داشت که رشد اختلال کاهش یافته ولی هنوز محسوس می‌باشد. در نهایت برای $n=3$ شتاب معکوس خواهیم داشت که تقریباً هیچ تغییر جرم خطی نزدیک لحظه‌ی مکث آنی وجود ندارد، این تقریباً یک کاهش پنج برابری در دامنه‌ی اختلال در مقایسه با حالت یکنواخت $n=0$ می‌باشد. برای داشتن جرم کل پلاسمای محدود، n را بزرگ‌تر از ۲ در نظر می‌گیرند [۱۰-۹]. سرکوب ناپایداری رایلی-تیلور با شتاب معکوس یک اثر قوی و صرفاً هیدرودینامیکی است، با توجه به شبیه‌سازی عددی انجام‌شده توسط ولیکوویچ و همکاران، فشرده‌سازی پایدار یک پلاسمای کوچک تنها زمانی می‌تواند فراهم شود که چگالی پلاسمما سریع‌تر از نسبت r^{-3} افزایش یابد [۱۱].

1. Magneto-Rayleigh-Taylor

مجله علوم و فنون هسته‌ای

دوره ۴۵، شماره ۳، جلد ۱۰۹، پاییز ۱۴۰۳، ص ۶۵-۵۷



از این‌رو، مطالعه‌ی آثار مطلوب ناشی از میدان‌های مغناطیسی خارجی ایستا بر مدیریت آهنگ رشد ناپایداری هیدرودینامیکی رایلی-تیلور، ما را بر آن داشت تا در این پژوهش به بررسی تأثیر میدان مغناطیسی افقی با تابعیت توانی با نمای ۳ و همچنین تابع توزیع چگالی توانی با نمای ۳ بر آهنگ رشد خطی ناپایداری رایلی-تیلور در پلاسمای چینه‌ای و چرخان بپردازیم. در این پژوهش که به صورت محاسبات تحلیلی در چارچوب نظریه‌ی اختلال خطی انجام شده است، با در نظر گرفتن معادلات پایه MHD^۲ ایده‌آل برای سیال چینه‌ای تراکم‌ناپذیر، چرخان و غیروُشكسان در هندسه‌ی مسطح و با خطی‌سازی این دسته معادلات به معادلات اختلالی رسیدیم. سپس با حل معادلات اختلالی در دستگاه مختصات دکارتی به رابطه‌ی کلی پاشندگی دست‌یافته‌یم. این معادله اثر میدان مغناطیسی افقی را بر آهنگ رشد خطی ناپایداری رایلی-تیلور به خوبی نشان می‌دهد. به طور کلی، معادلات توسعه‌یافته در هندسه‌ی مسطح جهت ادامه‌ی کار و تجزیه و تحلیل مسائل آسان‌تر هستند و در عین حال برای تعداد زیادی از سناریوهای فیزیکی قابل استفاده می‌باشند، از این‌رو در این پژوهش از هندسه‌ی مسطح استفاده کردیم.

۲. مدل ریاضی

در این پژوهش، لایه‌هایی از پلاسمای تراکم‌ناپذیر و غیرچسبناک با ضخامت معین و محصورشده بین دو صفحه‌ی صلب $z=0$ و $z=h$ به عنوان شاره‌ای از الکترون‌ها و یون‌های بی‌حرکت در نظر گرفته شده و پلاسمای درون میدان مغناطیسی خارجی ایستا قرار دارد. سیالات تراکم‌ناپذیر در میدان مغناطیسی بدون توجه به وُشكسانی، تنش‌سطحی و انتقال حرارت در نظر گرفته شده‌اند. در دستگاه مختصات دکارتی، معادلات MHD ایده‌آل با اضافه شدن بخش دورانی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + 2\rho (\vec{U} \times \vec{\Omega}) + \frac{1}{\mu_0} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{U} \times \vec{B}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \rho = 0 \quad (4)$$

در این راستا، پژوهش‌های فراوانی بر پایه‌ی محاسبات تحلیلی و شبیه‌سازی انجام شده است، به طوری که اثر میدان مغناطیسی افقی و عمودی به طور جداگانه یا همزمان باهم با در نظر گرفتن اثر چرخش یا بدون آن روی ناپایداری رایلی-تیلور پلاسمای نایکتواخت با فرض شرایط فیزیکی متفاوت از قبیل تراکم‌پذیری، وُشكسانی، تابعیت چگالی و ... برای پلاسمای در هندسه‌ی مسطح و استوانه‌ای بررسی شد، در اکثر این تحقیقات تابعیت چگالی پلاسمای در نظر گرفتن تابع توزیع چگالی پلاسمای به صورت ثابت، خطی و نمایی در نظر گرفته شد [۱۸-۱۹]. در سال‌های اخیر، پژوهشگران با اعمال میدان مغناطیسی خارجی ایستا و همچنین در نظر گرفتن تابع توزیع چگالی سوخت به صورت غیرخطی، به رهیافت‌های جدیدی برای بهبود کیفیت گداخت لختی دست یافته‌اند [۲۰]. در جدیدترین پژوهشی که به صورت تجربی انجام شد، اثر چرخش خود-تولیدشده بر پلاسمای درونی تنگش-Z با اعمال میدان مغناطیسی محوری مورد بررسی قرار گرفت. در این پژوهش، به کمک اندازه‌گیری‌های طیفسنجی دقیق که هم در زمان و هم در مکان بسیار تفکیک شده‌اند، یک چرخش پلاسمایی خود-تولیدشده با استفاده از یک انفجار استوانه‌ای با اعمال میدان مغناطیسی محوری از پیش تعییه شده برای اولین بار نشان داده شد. جهت چرخش به جهت میدان مغناطیسی محوری بستگی دارد. سرعت آن با حداکثر سرعت انفجار درونی قابل مقایسه است که به طور قابل توجهی بر تعادل نیرو و انرژی در سراسر انفجار درونی تأثیر می‌گذارد. اگر سرعت چرخش با سرعت انفجار درونی قابل مقایسه باشد، نیروهای گریز از مرکز تأثیر قابل توجهی بر تعادل نیرو و انرژی خواهند داشت. علاوه بر این، برش بزرگ در چرخش می‌تواند اثری تشییت‌کننده بر ناپایداری‌های پلاسمای اعمال کند؛ اثری که با مشاهدات در سایر آزمایش‌های پلاسمای دوّار مطابقت دارد. این مشاهدات برای درک دینامیک انفجار درونی در پیکربندی‌های تنگش-Z مغناطیسی که برای اهداف همچوoshی در رهیافت مغناطو-لختی یا برای منابع تشعشع طراحی شده‌اند از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۲۱]. در پژوهشی دیگر که به تثبیت ناپایداری رایلی-تیلور در سطح درونی پوسته‌ای در حال انفجار درونی به کمک چرخش می‌بردازد، نشان داده شد که چنین چرخشی به طور قابل توجهی بر دینامیک انفجار درونی از طریق نیروی گریز از مرکز و کاهش ناپایداری تأثیر می‌گذارد. این نتیجه می‌تواند برای فشرده‌سازی پلاسمای مغناطیسی به طور کلی و به طور خاص برای رویکرد MagLIF^۱ در همچوoshی محصورشده لختی (ICF) بسیار مهم باشد [۲۲].



حال به تجزیه و تحلیل اختلال درون حالت‌های نرمال می‌پردازیم: فرض می‌کنیم که اختلال برای هر کمیت فیزیکی به شکل زیر می‌باشد:

$$\psi_1(x, y, z, t) = \psi_1(z) \exp\left\{i(k_x x + k_y y - \omega t)\right\} \quad (5)$$

در این رابطه، k_x و k_y مؤلفه‌های افقی بردار عدد موج \vec{k} هستند به طوری که $k^r = k_x^r + k_y^r$ و $\omega = k^r + i\gamma$ که ممکن است در حالت کلی کمیتی مختلط باشد ($\omega = \omega_r + i\gamma$). بسامد اختلالات یا میزان خروج سیستم از حالت تعادل می‌باشد. جهت خطی‌سازی معادلات پایه‌ی مسئله از آنالیز حالت نرمال استفاده کرده و به معادله دیفرانسیل کلی در راستای z برای سرعت (u_z) می‌رسیم:

$$i\omega \left(\frac{d}{dz} \left(\rho_0 \frac{du_z}{dz} \right) - \rho_0 k^r u_z \right) + \frac{gk^r u_z}{i\omega} \frac{d\rho_0}{dz} + \frac{4\Omega^r}{i\omega \left(1 + \frac{B_{x0}^r k_x^r}{\mu_0 \rho_0 i^r \omega^r} \right)} \times \frac{d}{dz} \left(\rho_0 \frac{du_z}{dz} \right) + \frac{B_{x0}^r k_x^r}{\mu_0 i\omega} \left(\frac{d^r}{dz^r} - k^r \right) u_z + \frac{2B_{x0}^r k_x^r}{\mu_0 i\omega} \frac{dB_{x0}}{dz} \frac{du_z}{dz} = 0 \quad (7)$$

معادله دیفرانسیل به دست آمده که بر اساس مؤلفه‌ی z سرعت سیال (u_z) است، اثر میدان مغناطیسی را روی ناپایداری رایلی-تیلور پلاسمای چینه‌ای نشان می‌دهد.

۳. معادله‌ی پاشندگی

در ادامه، پیوستگی تراکم‌ناپذیر لایه‌ی پلاسمای چینه‌ای را که به ضخامت h می‌باشد، در نظر می‌گیریم. این پلاسمای چینه‌ای بین دو مرز صلب محصور شده است که در آن تابع توزیع چگالی و میدان مغناطیسی به صورت توانی زیر تعریف می‌گردد:

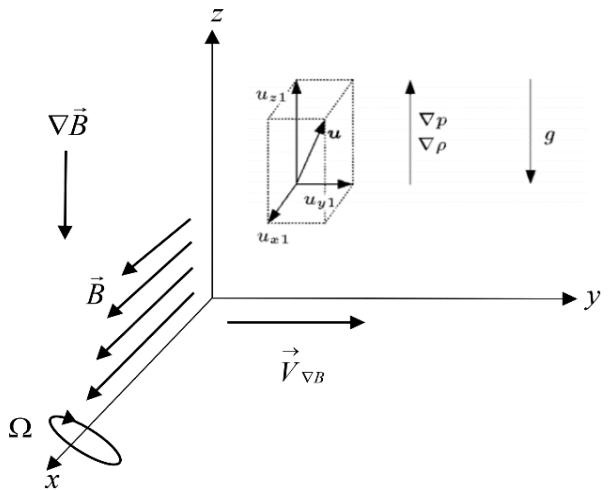
$$\rho_0(z) \propto z^r \quad (7)$$

$$B_0(z) \propto z^r; \quad 0 \leq z \leq h \quad (8)$$

با جاگذاری رابطه‌های بالا و در نظر گرفتن مؤلفه‌ی سرعت آلفن $u_z = \sin((n\pi/h)z) \exp(\lambda z)$ و همچنین $B_{x0}(z) = B_{x0}(0)/\mu_0 \rho_0(0)$ به عنوان جواب عمومی معادله دیفرانسیل در رابطه‌ی (6) به دسته معادلات زیر بر حسب $(n\pi/h)z$ و $\sin((n\pi/h)z)$ می‌رسیم:

کمیت‌های \vec{U} , p , \vec{B} , ρ و $\vec{\Omega}$ به ترتیب بردار سرعت، فشار حرارتی، بردار میدان مغناطیسی، چگالی و بردار سرعت زاویه‌ای پلاسما را نشان می‌دهند. جهت بررسی پایداری سیستم به کمک روش استاندارد خطی‌سازی، در ابتدا، معادلات بالا را خطی می‌کنیم. پایداری خطی یک رهیافت قدرتمند ریاضی است که منجر به ساده‌سازی قابل توجهی در تحلیل پایداری MHD محسوبه شده و سپس پلاسما را به آرامی دور از مکان تعادلی اش به اختلال درآوریم [۲۴]. برای این کار، تعدادی از کمیت‌های فیزیکی را با اختلال نسبت به حالت تعادلی در نظر می‌گیریم: $p = p_0 + p_1$, $\rho = \rho_0 + \rho_1$, $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1$, $\vec{U} = \vec{U}_0 + \vec{U}_1$ (۵)

در روابط بالا \vec{U}_0 , p_0 , \vec{B}_0 , ρ_0 به ترتیب حالت تعادلی بردار سرعت، فشار، بردار میدان مغناطیسی و چگالی؛ همچنین \vec{U}_1 , \vec{B}_1 , p_1 به ترتیب بخش اختلالی بردار سرعت، فشار، بردار میدان مغناطیسی و چگالی می‌باشند. در حالی که $\vec{g} = (0, 0, -g)$, $\vec{B}_1 = (B_{x1}, B_{y1}, B_{z1})$, $\vec{U}_1 = (u_{x1}, u_{y1}, u_{z1})$, $\vec{\Omega} = (\Omega, 0, 0)$ و سیال در لایه‌های افقی مرتب شده است؛ چگالی ρ_1 تنها تابعی از مختصات عمودی z می‌باشد $\rho_1 = \rho_0(z)$ و همچنین $\vec{B}_1 = B_{x0}(z) \vec{e}_x$. شکل ۱، نمای کلی از هندسه مسئله را نشان می‌دهد.



شکل ۱. ارتباط بین مقادیر مختلف مربوط به ناپایداری رایلی-تیلور؛ کمیت‌های \vec{B} , \vec{B}_0 , \vec{B}_1 , $\vec{\Omega}$, \vec{g} , \vec{u} , \vec{u}_1 , $\vec{V}_{\nabla B}$, ∇B , ∇p و $\nabla \rho$ به ترتیب میدان مغناطیسی، سرعت جریان تعادلی، شتاب گرانش، سرعت زاویه‌ای، سرعت سوق گرادیان میدان مغناطیسی، گرادیان میدان مغناطیسی، گرادیان فشار و گرادیان چگالی هستند.



$$\gamma^* + \gamma^* \left[\frac{\omega_{fx}^{**} k_x^{**} \left(\frac{z^*}{\gamma} \right)^* \left\{ 1 + \frac{-\lambda^{**} + \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^* + k^{**} - \frac{\gamma}{\gamma} \lambda^* z^{**} \left(\frac{\gamma}{z^*} \right)^*}{z^{**} \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^* - \gamma \lambda^* z^{**} - \lambda^{**} z^{**}} \right\} - \frac{\gamma z^{**} g^* k^{**}}{z^{**} \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^* - \gamma \lambda^* z^{**} - \lambda^{**} z^{**}} + \Omega^* }{\omega_{fx}^{**} k_x^{**} \left\{ \frac{\omega_{fx}^{**} k_x^{**} \left(\frac{z^*}{\gamma} \right)^* \left\{ -\lambda^{**} + \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^* + k^{**} - \frac{\gamma}{\gamma} \lambda^* z^{**} \left(\frac{\gamma}{z^*} \right)^* \right\}}{z^{**} \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^* - \gamma \lambda^* z^{**} - \lambda^{**} z^{**}} - \frac{\gamma z^{**} g^* k^{**} \left(\frac{z^*}{\gamma} \right)^*}{z^{**} \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^* - \gamma \lambda^* z^{**} - \lambda^{**} z^{**}} \right\}} = 0 \quad (12)$$

برای بررسی اثر همزمان میدان مغناطیسی افقی و دوران بر آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور سامانه‌ی در نظر گرفته شده، معادله‌ی (11) به صورت عددی حل شده است، به طوری که γ تابعی از مقدار بی بعد شده‌ی مؤلفه‌ی افقی (ω_{fx}^*) میدان مغناطیسی می‌باشد. k^* عدد موج اختلالی بهنجارشده نسبت به نرخ تغییرات فضایی (گرادیان چگالی) و $\lambda^* = \lambda L_D$ طول موج اختلالی بهنجارشده نسبت به نرخ تغییرات فضایی (گرادیان چگالی) است که در آن λ مقداری ثابت $\lambda = -(2L_D)^{-1}$ است. در این شکل‌ها، آهنگ رشد بهنجارشده (γ) و g^* است. در این حسب عدد موج بهنجار (k^*) تغییر می‌کند.

در شکل ۲ آهنگ رشد ناپایداری بر حسب عدد موج در غیاب دوران ($\Omega = 0$) رسم شده است. مشاهده می‌کنیم که با افزایش شدت میدان مغناطیسی از $1/5$ تا 3 ، بیشینه‌ی آهنگ رشد ناپایداری کاهش یافته و برابر مقادیر $25/33$ ، $30/59$ ، $34/77$ و $51/32$ می‌گردد. در حقیقت، بیشینه مقدار آهنگ رشد ناپایداری با افزایش شدت میدان مغناطیسی تقریباً در حدود 50% کاهش می‌یابد.

$$\omega^* \left(z^* \left(\frac{n\pi}{h} \right)^* - \gamma \lambda z^* - \lambda^* z^* \right) + \gamma z^* g k^* + \frac{\Omega^*}{\omega^*} \times \left(-z^* \left(\frac{n\pi}{h} \right)^* + \gamma \lambda z^* + \lambda^* z^* \right) + \quad (9)$$

$$\nu_{fx}^* L_D^* \left(\frac{z}{\gamma L_D} \right)^* k_x^* \left(\lambda^* - \left(\frac{n\pi}{h} \right)^* - k^* \right) + \frac{3}{4} \nu_{fx}^* k_x^* \left(\frac{z}{\gamma L_D} \right)^* z^* \lambda = 0$$

$$\omega^* \left(-\gamma z^* \left(\frac{n\pi}{h} \right)^* - \gamma \lambda z^* \left(\frac{n\pi}{h} \right) \right) + \frac{\Omega^*}{\omega^*} \times \left(\gamma z^* \left(\frac{n\pi}{h} \right)^* + \gamma \lambda z^* \left(\frac{n\pi}{h} \right) \right) + \quad (10)$$

$$2\nu_{fx}^* L_D^* \left(\frac{z}{\gamma L_D} \right)^* k_x^* \lambda \left(\frac{n\pi}{h} \right)^* + \frac{3}{4} \nu_{fx}^* k_x^* \left(\frac{z}{\gamma L_D} \right)^* z^* \left(\frac{n\pi}{h} \right) = 0$$

در روابط (9) و (10)، کمیت‌های λ و L_D به ترتیب طول موج اختلالی و طول مقیاس چگالی را نشان می‌دهند.

۴. بحث و بررسی نتایج

جهت بررسی اثر میدان مغناطیسی افقی و اثر چرخش، همچنین دستیابی به رابطه‌ی کلی پاشندگی، معادلات (9) و (10) را به کمک مقادیر بی بعد کننده‌ی زیر، بی بعد می‌کنیم:

$$\omega^{**} = \omega^* / \omega_{pe}^*, \quad \omega_{fx}^{**} = \nu_{fx}^* / \omega_{pe}^* L_D^*, \quad \Omega^* = \Omega / \omega_{pe},$$

$$\lambda^{**} = \lambda^* L_D^*, \quad h^{**} = \frac{h^*}{L_D^*}, \quad k^{**} = k^* L_D^*, \quad g^* = g / \omega_{pe}^* L_D^*, \quad (12)$$

$$\omega_{pe} = (\rho_e e / m_e)^{1/2}, \quad z^* = z / L_D$$

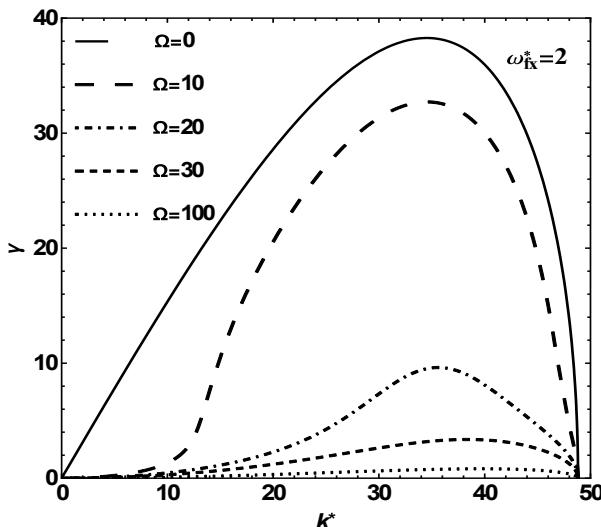
در نتیجه، با در نظر گرفتن $\omega_r^* = \omega_r^* + i\gamma$ و $\omega^* = \omega_r^* + i\gamma$ (برای نوسانات ثابت) به عبارت زیر برای آهنگ رشد نرمال شده (رسیدیم):



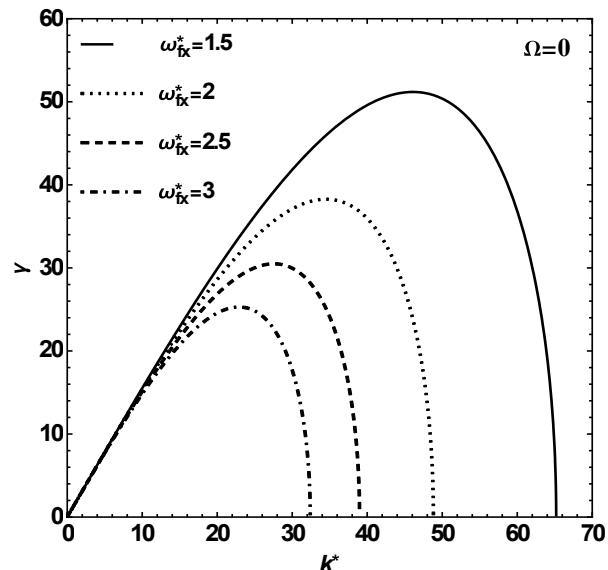
آستانه (k_{th}^*) با افزایش Ω از 5 تا 15 تغییر می‌کند. بعد از این مقدار برای عدد موج آستانه، شاهد افزایش رشد آهنگ ناپایداری با شبیه متفاوت خواهیم بود. این شبیه خیزشی در سرعت‌های زاویه‌ای بالاتر کم کم ملایمتر شده و سپس به قله می‌رسد.

همان‌طور که از شکل ۳ مشخص است، در مقدار $\Omega = 20$ ارتفاع قله‌ی آهنگ رشد به کمترین مقدار رسیده و از این‌جا به بعد در $\Omega = 30$ و $\Omega = 100$ شاهد بیشترین مقدار کشیدگی در دو منحنی هستیم؛ در این دو منحنی، آهنگ رشد به صورت شبه‌پایدار و پایدار خواهد بود و دیگر نگران آثار تحریبی ناپایداری برای سامانه نیستیم. نهایتاً در $\Omega = 100$ به یک دامنه‌ی حدی بسیار کوچک برای آهنگ رشد رسیدیم که با شبیه ملایم در مقدار $k_c^* = 48,81$ به طور کامل سرکوب شده و به پایداری کامل رسید.

در شکل ۴، آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور بر حسب عدد موج در حضور دوران ثابت به بزرگی $\Omega = 10$ به ازای مقادیر مختلف برای میدان مغناطیسی افقی ($\omega_{fx}^* = 1,5, 2, 2,5, 3$) رسم شده است. مشاهده می‌شود که تا عدد موج ۵ (عدد موج آستانه)، سامانه در حالت کاملاً پایدار قرار داشته و از $k_{th}^* = 5$ شاهد حالت شبه‌پایدار خواهیم بود. از این مقدار به بعد، با افزایش عدد موج با یک رفتار غیرخطی روبه‌رو هستیم به طوری که دامنه‌ی آهنگ رشد ناپایداری با شبیه مشخصی برای هر کدام از منحنی‌ها افزایش یافته و به قله می‌رسد و نهایتاً به صورت آبشراری سقوط می‌کند.



شکل ۳. آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور بر حسب عدد موج به ازای پارامتر ثابت مشترک $\omega_{fx}^* = 2$ و پارامتر ثابت آزاد $(\Omega = 0, 10, 20, 30, 100)$.



شکل ۲. آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور بر حسب عدد موج به ازای پارامتر ثابت مشترک $\Omega = 0$ و پارامتر ثابت آزاد $(\omega_{fx}^* = 1,5, 2, 2,5, 3)$.

همچنان مشاهده می‌شود که تا عدد موج $k^* = 10$ هر چهار منحنی با شبیه مشخصی روی یک خط مجانبی مشترک در حال افزایش آهنگ رشد ناپایداری به صورت خطی با عدد موج می‌باشند. از این عدد موج به بعد، سامانه رفتار غیرخطی خواهد داشت به طوری که هر منحنی با شبیه‌های متفاوت از هم جدا می‌گردد. در ادامه به قله رسیده و سپس به صورت آبشراری سقوط می‌کنند، کمترین شبیه متعلق به بیشترین شدت میدان مغناطیسی می‌باشد. از این‌رو نقش میدان مغناطیسی در پایدارکردن آهنگ رشد ناپایداری در عدد موج‌های بزرگ‌تر از ۱۰ به خوبی مشهود است، با افزایش شدت میدان مغناطیسی از ۱,۵ تا ۳ آهنگ رشد با شبیه تند سریعاً در نقاط بحرانی $k_c^* = 65, 18, 48, 82, 39, 07, 32, 38$ به طور کامل سرکوب می‌گردد. از منظر فیزیکی طبق نظریه‌ی خطی، زمانی که عدد موج اختلال بزرگ شود طول موج اختلالی کوچک شده و آهنگ رشد ناپایداری افزایش می‌یابد. با افزایش آهنگ رشد ناپایداری، دامنه‌ی اختلال به صورت نمایی با زمان زیاد شده و در نتیجه انرژی موج اختلالی نیز رشد می‌کند. بنابراین به کمک دوران پلاسمای توانیم این دامنه‌ی اختلال را به حداقل برسانیم [۲۳-۲۱].

در شکل ۳، آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور بر حسب عدد موج نرمال شده در حضور دوران ($\Omega = 0, 10, 20, 30, 100$) به ازای میدان مغناطیسی مشخص با شدت $\omega_{fx}^* = 2$ پرسم شده است. مشاهده می‌شود که در عدد موج‌های کوچک با افزایش مقدار سرعت زاویه‌ای از ۱۰ تا ۱۰۰ آهنگ رشد ناپایداری رفتار متفاوتی را در هر منحنی خواهد داشت، به طوری که عدد موج

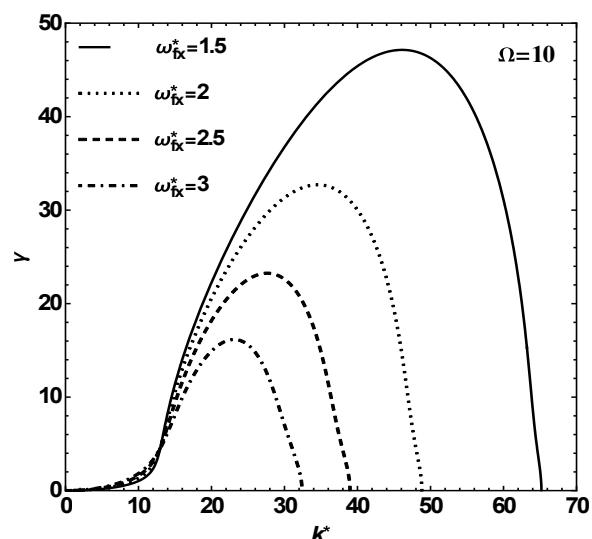


نشان داد که مؤلفه‌ی افقی میدان مغناطیسی، توانایی حیاتی در متوقف کردن آهنگ رشد خطی ناپایداری را برای عدد موج‌های بزرگ (طول موج‌های کوتاه) دارد. در مقابل، مؤلفه‌ی عمودی میدان تنها برای مقادیر کوچکی از عدد موج (طول موج‌های بلند) اثرگذار می‌باشد.

از این‌رو، با مقایسه نتایج درمی‌یابیم که حضور چرخش در طول موج‌های بلند اثر قوی‌تری نسبت به مؤلفه‌ی افقی میدان مغناطیسی دارد؛ زیرا طبق نظریه‌ی خطی، زمانی که طول موج اختلال کوچک شود دامنه‌ی اختلال نیز افزایش یافته و انرژی موج اختلالی زیاد می‌گردد. بنابراین به کمک مؤلفه‌ی افقی میدان مغناطیسی می‌توانیم این دامنه‌ی اختلال را به حداقل برسانیم. اما در طول موج‌های بلند قضیه عکس این حالت می‌باشد یعنی دوران پلاسمای اثر قوی‌تری نسبت به میدان مغناطیسی افقی خواهد داشت. جهت کنترل ناپایداری مشاهده شد که ترکیب همزمان میدان مغناطیسی افقی و سرعت زاویه‌ای (اثر چرخش) حالت پایداری بهتری را به سیستم می‌دهد.

مراجع

- Sharma P.K, Tiwari A, Argal S, Chhajlani P.K. Rayleigh Taylor instability of two superposed compressible fluids in un-magnetized plasma. *Journal of Physics*. 2014;534(1):012054.
- Atzeni S, Meyer-ter-vehn J. The Physics of Inertial Fusion. Oxford: Clarendon Press. 2004;(4-6, 11-13, 33-36, 38-41, 76, 389, 399).
- Betti R, Umansky M, Lobatchev V, Goncharov V.N, McCrory R.L. Hot-spot dynamics and deceleration-phase Rayleigh-Taylor instability of imploding inertial confinement fusion capsules. *Physics of Plasmas*. 2001;8(12):5257.
- Basko M.M. New developments in the theory of ICF targets and fast ignition with heavy ions. *Plasma physics and controlled fusion*. 2003;45(12A),A125.
- Yang B.L, Wang L.F, Ye W.H, Xue C. Magnetic Field Gradient Effects on Rayleigh-Taylor Instability with Continuous Magnetic Field and Density Profiles. *Physics of Plasmas*. 2011;18:072111.
- Dolai B, Prajapati R.P. The rotating Rayleigh-Taylor instability in a strongly coupled dusty plasma. *Physics of Plasmas*. 2018;25(8):083708.
- Walsh C.A, O'Neill S, Chittenden J.P, Crilly A.J, Appelbe B, Strozzi D.J, Ho D, Sio H, Pollock B, Divol L, Hartouni E, Rosen M, Logan B.G, Moody J.D. Magnetized ICF implosions: Scaling of temperature and yield enhancement. *Physics of Plasmas*. 2022;29(4):042701.



شکل ۴. آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور بر حسب عدد موج به ازای پارامتر ثابت مشترک $\Omega = 10$ و پارامتر ثابت آزاد $m^*_{fx} = 1.5, 2, 2.5, 3$.

هم‌چنین از منحنی‌ها درمی‌یابیم که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، شب خیزش منحنی‌ها ملایم‌تر شده و ارتفاع قله‌ی ناپایداری کم می‌گردد. در مقایسه با شکل ۲ حضور چرخش باعث شده تا در عدد موج‌های بالا، شب منحنی‌ها در هنگام سقوط درست در نزدیکی مقادیر بحرانی (k_c^*) ملایم‌تر شود و نهایتاً به آرامی به طور کامل سرکوب می‌گردد. شکل ۴ به خوبی نقش همزمان میدان مغناطیسی و دوران را در کنترل آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور نشان می‌دهد.

۵. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، تأثیر همزمان چرخش و میدان مغناطیسی افقی ایستا بر آهنگ رشد ناپایداری هیدرودینامیکی رایلی-تیلور در پلاسمای چینه‌ای به صورت تحلیلی بررسی شده است. بدین منظور،تابع چگالی پلاسمای چینه‌ای و همچنین میدان مغناطیسی خارجی ایستا به صورت توانی با نمای ۳ در نظر گرفته شدند. مطابق نتایج به دست آمده، استنباط می‌شود که اعمال چگالی توانی پلاسمای در کنار دوران و میدان مغناطیسی خارجی افقی، نقش مهم و پایدارکننده‌ای در مدیریت آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور دارند.

پیرو نتایج مقاله‌ای که پیش‌تر نگارش و منتشر شد، بیشینه‌ی ناپایداری در مقدار $= -1.5 \lambda^*$ رخ می‌دهد [۲۴]. در این پژوهش تأثیر همزمان مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان مغناطیسی خارجی ایستا به همراه تابعیت توانی چگالی اولیه بر آهنگ رشد ناپایداری هیدرودینامیکی رایلی-تیلور در پلاسمای نایکنواخت به صورت تحلیلی مورد کاوش قرار گرفت. بررسی ما



8. Walsh C.A, Florido R, Bailly-Grandvaux M, Suzuki-Vidal F, Chittenden J.P, Crilly A.J, Gigosos M.A, Mancini R.C, Pérez-Callejo G, Vlachos C, McGuffey C, Beg F.N, Santos J.J. Exploring extreme magnetization phenomena in directly driven imploding cylindrical targets. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2022;64(2):025007.
9. Velikovich A.L, Cochran F.L, Davis J. Suppression of Rayleigh-Taylor instability in Z-pinch loads with tailored density profiles. *Physical Review Letters*. 1996;77(5):853.
10. Velikovich A.L, Cochran F.L, Davis J. Stabilized Z-pinch loads with tailored density profiles. *AIP Conference Proceedings*. 1997;409(1):549.
11. Oreshkin V.I, Baksht R.B, Cherdizov R.K, Oreshkin E.V, Ratakhin N.A, Rousskikh A.G, Shishlov A.V, Vankevich V.A, Zhigalin A.S. Studies on the implosion of pinches with tailored density profiles. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2021;63(4):045022.
12. Khoshbinfar S. In: The 3rd Conference of plasma engineering and plasma Physics. (UT, Tabriz, Iran). 2015;316-319:[In Persian].
13. Baldwin K.A, Scase M.M, Hill R.J. The inhibition of the Rayleigh-Taylor instability by rotation. *Scientific Reports*. 2015;5(1):1.
14. Scase M.M, Baldwin K.A, Hill R.J. Rotating rayleigh-taylor instability. *Physical Review Fluids*. 2017;2(2):024801.
15. Sharma P.K, Tiwari A, Argal S. Effect of magnetic field on the Rayleigh Taylor instability of rotating and stratified plasma. *Journal of Physics: Conference Series*. 2017;836(1):012009.
16. Scase M.M, Hill R.J. Centrifugally forced Rayleigh-Taylor instability. *Journal of Fluid Mechanics*. 2018;852:543.
17. Scase M.M, Baldwin K.A, Hill R.J. Magnetically induced Rayleigh-Taylor instability under rotation: Comparison of experimental and theoretical results. *Physical Review E*. 2020;102(4):043101.
18. Samulski C, Srinivasan B, Manuel M.J.E, Masti R, Sauppe J.P, Kline J. Deceleration-stage Rayleigh-Taylor growth in a background magnetic field studied in cylindrical and Cartesian geometries. *Matter and Radiation at Extremes*. 2022;7(2):026902.
19. Hoshoudy G.A. Rayleigh-Taylor Instability in Magnetized Plasma. *World Journal of Mechanics*. 2014;4:260.
20. Slutz S.A, Herrmann M.C, Vesey R.A, AB Sefkow A.B, Sinars D.B, Rovang D.C, Peterson K.J, Cuneo M.E. Pulsed-power-driven cylindrical liner implosions of laser preheated fuel magnetized with an axial field. *Physics of Plasmas*. 2010;17(5):056303.
21. Cvejić M, Mikitchuk D, Kroupp E, Doron R, Sharma P, Maron Y, Velikovich A.L, Fruchtman A, Ochs I.E, Kolmes E.J, Fisch N. J. Self-generated plasma rotation in a Z-pinch implosion with preembedded axial magnetic field. *Physical Review Letters*. 2022;128(1):015001.
22. Huneault J, Plant D, Higgins A.J. Rotational stabilisation of the Rayleigh-Taylor instability at the inner surface of an imploding liquid shell. *Journal of Fluid Mechanics*. 2019;873:531.
23. Freidberg J.P. *Plasma Physics and Fusion Energy*. New York: Cambridge University Press. 2008;(3-30,139-222, 245-328).
24. Masoumparast M.A, Khoshbinfar S. Stabilization of Magneto-Rayleigh-Taylor instability in a Plasma with Power density Gradient. *Journal of Nuclear Science and Technology*. Accepted (DOI: 10.24200/nst.2023.1285.1836) [In Persian].

COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

مصطفوی پرست کنک لاهیجانی، محمدعلی، خوشبین فر، سهیل. (۱۴۰۳)، اثر چرخش بر آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور مغناطیسی در پلاسمای چینه‌ای با توزیع چگالی توانی. *مجله علوم و فنون هسته‌ای*، ۱۰۹، ۶۵-۵۷.

Url: https://jonsat.nstri.ir/article_1586.html DOI: <https://doi.org/10.24200/nst.2024.1586>

