



محاسبه ضریب هدایت نئوکلاسیک با استفاده از کسر ذرات به دام افتاده برای پلاسمای توکامک کشیده دماوند

فاطمه دینی^{*۱}، سینا خراسانی^۲

۱- پژوهشکده پلاسمای و گداخت هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۵۱۱۱۳-۱۴۳۹۹، تهران - ایران
۲- دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، صندوق پستی: ۹۳۶۳-۱۱۳۶۵، تهران - ایران

چکیده: آرایش و پیکربندی پلاسمای توکامک در تعیین مقدار پارامترهای آن تأثیر چشمگیری دارد. در انجام محاسبات ترابرد، ضرایب و کمیت‌های اساسی وجود دارند که محاسبه دقیق آنها با توجه به دستگاه معادلات از اهمیت خاصی برخوردار است. از آنجا که توکامک سیستمی چنبره‌ای است علاوه بر آثار کلاسیک لازم است اثرهای نئوکلاسیک ناشی از انحناى میدان در آن مورد بررسی قرار گیرند. ذرات به دام افتاده در هندسه‌ای با میدان قوی بر مسیرهای موزی شکلی نوسان می‌کنند این امر بر بسیاری از پارامترهای برخوردی ترابرد اثر دارد. در اینجا محاسبه دقیق کسر ذرات به دام افتاده با توجه به مدل تعادلی استاندارد در آرایش بیضی شکلی که برای توکامک در نظر گرفته شده با استفاده از مدل Lin-Liu صورت گرفته است. لازم به ذکر است که در این محاسبات، پروفیل میانگین میدان مغناطیسی بر سطوح شار با انتگرالگیری تحلیلی با فرض فرم بیضوی برای تابع بیضی گون در حالت «نسبت منظر» خیلی بزرگ و جابجایی صفر مرکز سطوح بدست آمده است. با استفاده از فرمولبندی و مدل مناسب در رژیم‌های مختلف برخوردی ضریب هدایت نئوکلاسیک پلاسمای توکامک دماوند با داشتن کسر ذرات به دام افتاده حساب می‌شود و منحنی‌های لازم به دست می‌آیند. بی‌شک در محاسبه ترابرد و کمیت‌های دیگر از این داده‌ها برای توکامک دماوند می‌توان بهره گرفت.

واژه‌های کلیدی: ابزارهای توکامک، نظریه ترابرد نئوکلاسیک، پروفیل‌های شعاعی پلاسمای، شکل‌بندی میدان مغناطیسی، پلاسمای، ناپایداری و ذرات به دام افتاده

Calculation of the Neoclassical Conductivity of Plasma and Fraction of Trapped Particles for Elongated Damavand Tokamak

F. Dini^{*1}, S. Khorasani²

1- Plasma and Nuclear Fusion Research Institute, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOI, P.O. Box: 14399-51113, Tehran - Iran

2- School of Electrical Engineering, Sharif University of Technology, P.O. Box: 11365-9363, Tehran - Iran

Abstract: Configuration of Tokamak plasma has a dominant effect on its parameters. In the calculation of transport, there are some transport coefficients and quantities, where the knowledge of their precise values, according to the system of equations, is essential to be realized. Tokamak has a toroidal configuration, in addition to classical effects, it is necessary to study the neoclassical effects due to the field curvature. The trapped particles in strong electromagnetic fields oscillate on banana-shaped orbits which in turn affect many other collisional transport parameters. Here, a precise estimation of trapped particles based on the standard equilibrium model for an elliptical shape of Tokamak plasma has been carried out using Lin-Liu model. It should be added that in this calculation, the profile of the averaged magnetic field on the flux surfaces has been derived using analytical integration and consideration of an elliptic shape for ellipticity function in the limit of large aspect ratio and zero shift of magnetic flux surfaces. Having the fraction of the trapped particles, by following the formulation and using an appropriate model in various collisional regimes, the neoclassical conductivity of plasma in Damavand Tokamak is obtained and the respective variations have been found. The presented results can exploit the computation of transport and other quantities of Damavand Tokamak.

Keywords: Tokamak Devices, Neoclassic Transport Theory, Plasma Radial Profile, Magnetic Field Configurations, Plasma, Trapped Particles Instability

*email: fdini@aeoi.org.ir



۱- مقدمه

جدول ۱- پارامترهای اصلی توکامک دماوند.

پارامتر	مقدار
شعاع اصلی	۳۷ cm
شعاع فرعی	۷ cm
نسبت منظر	۵.۱
میدان مغناطیسی چنبره‌ای	۱.۲ T
کشیدگی سطح مقطع	۱.۲
حداکثر جریان پلاسما	۴۰ kA
حداکثر چگالی پلاسما	$۱۰^{۱۹} \text{ cm}^{-۳}$
حداکثر دمای الکترون	۳۰۰ eV
حداکثر دمای یون	۱۵۰ eV
تعداد سیم پیچ‌های میدان چنبره‌ای	۲۰
زمان تخلیه	۲۵ cm

با توجه به محدودیت منابع انرژی بر روی کره زمین انرژی گداخت هسته‌ای به عنوان جایگزین صلح‌آمیز و پاکیزه برای سوخت‌های فسیلی و انرژی حاصل از شکافت هسته‌ای در جهان، مورد توجه دانشمندان و دولت‌ها قرار گرفته است. علیرغم صرف بودجه کلان و پژوهش‌های گسترده در طی پنجاه و اندی سال گذشته، متأسفانه هنوز هدف غایی تحقیقات گداخت محقق نگردیده است. هدف نهایی از تحقیقات گداخت آن است که شرایط پایای سوخت پلاسما با توجه به معیار لاسون [۱] فراهم آید که در آن محصورسازی در دما و چگالی بسیار بالا در مدت مناسبی صورت گیرد. در میان سیستم‌های طراحی شده از دهه ۱۹۵۰ به بعد، توکامکها دارای بهترین شرایط تولید انرژی و بیشترین بهره انرژی گداخت بوده‌اند [۱ و ۲]. توکامک ماشینی چنبره‌ای با تقارن محوری^(۱) است که در آن پلاسما به وسیله میادین الکترومغناطیسی گرم و متراکم می‌شود تا شرایط برای تولید گداخت هسته‌ای فراهم آید.

اکنون بیشترین تحقیقات ملی در زمینه گداخت هسته‌ای در ایالات متحده [۳ و ۴]، ژاپن [۵] و روسیه [۶] در حال انجام است. نظر به هزینه‌های بسیار زیاد ساخت و نگهداری ماشین‌های عظیم، اولین رآکتور آزمایشی گداخت جهان ITER^(۲) [۷ و ۸] با مشارکت کشورهای صنعتی و برخی کشورهای در حال توسعه، با هزینه‌ای بالغ بر چندین بیلیون یورو در فرانسه تا اواسط دهه ۲۰۲۰ راه‌اندازی خواهد شد که بر پایه یک توکامک عظیم طراحی و بنا می‌گردد.

مطالعه مسایل گوناگون در پلاسما قبل از ساخته شدن یک رآکتور عظیم به سه طریق: مطالعه تئوری، شبیه‌سازی عددی و آزمایش در مقیاس کوچکتر قابل تحقق است. در این میان اهمیت توکامک‌های کوچک در تلفیق مدل‌های تئوری و آزمایش‌ها ضمن صرف هزینه بسیار کمتر روشن می‌شود. اما از میان توکامک‌های کوچک، توکامک دماوند (جدول ۱) در ایران دارای «نسبت منظر» بسیار بزرگ ($A=5.1$)، توأم با «کشیدگی سطح» مقطع قابل توجه ($k=1.2$) و میدان مغناطیسی چنبره‌ای حدود یک تسلا می‌باشد. می‌توان گفت که توکامک دماوند با توجه به نسبت منظر بزرگ آن، در نوع خود در جهان کم‌نظیر است و شرایطی ایده‌آل را برای مطالعه مسایلی از جمله: ترابرد و تعادل، ناپایداریها، گرمایش و غیره فراهم می‌آورد، به

گونه‌ای که نتایج محاسبات تحلیلی را در تقریب رایج نسبت منظر بزرگ به آسانی می‌توان بر روی آن آزمود.

به منظور مطالعه دقیق دستگاه و پارامترهای پلاسمای تولیدی آن لازم است از مدل‌های تئوری و کاربردی مناسب استفاده شود، که در آنها ضرایب ترابرد در نهایت تعیین‌کننده رفتار پلاسما خواهند بود، گرچه پلاسما به طور طبیعی به کاهش گرادیانهای دما و چگالی از طریق ترابرد ذره و گرما تمایل دارد. معادلات ترابرد بیانگر تغییرات مکانی و زمانی دما و چگالی تحت تأثیر چشمه‌های داخلی و خارجی ذره و انرژی هستند. در توکامکها باید ترابرد به صورت نوکلاسیک بررسی شود، بدین مفهوم که از اثر خمیدگی میدان مغناطیسی چنبره‌ای در محاسبات نمی‌توان چشم‌پوشی کرد. لذا توکامک دماوند با توجه به نسبت منظر بزرگ آن، خودبخود برای مطالعه ترابرد نوکلاسیک از جایگاهی ویژه برخوردار است.

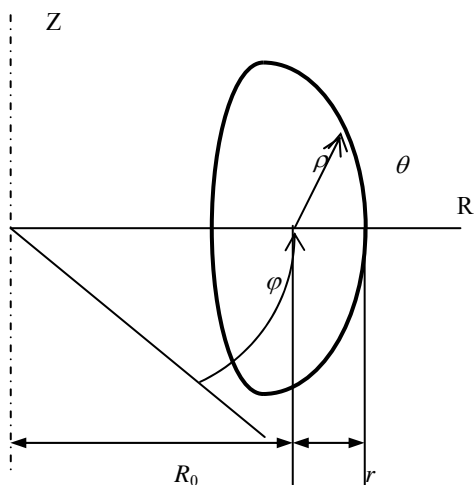
کسر ذرات به دام افتاده یکی از کمیت‌هایی است که محاسبه آن از اهمیت خاصی برخوردار است زیرا این ویژگی در دستیابی به بسیاری از پارامترهای دخیل در کنترل پلاسما، مانند محاسبه ترابرد، کاربرد دارد. در عمل تمام پارامترهای ترابرد به تابعیت کسر ذرات بدام افتاده نسبت به شعاع فرعی پلاسما (و در نتیجه به عکس نسبت منظر) وابسته‌اند.

در اینجا با استفاده از مدل تعادلی «Soloveev» [۹ و ۱۰] به محاسبه مقدار میانگین میدان مغناطیسی برای توکامک دماوند با توجه به نسبت منظر بزرگ و پروفیل فرضی برای تابع بیضی‌گون سطوح در مختصات شار می‌پردازیم و به وسیله آن، با توجه به

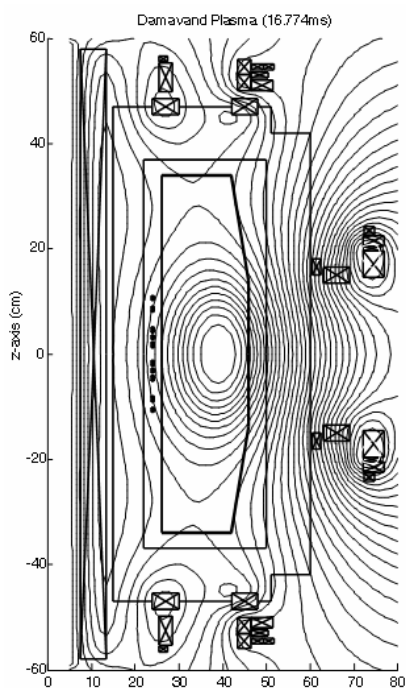


$$y = k(r) r \sin \theta \quad (3-2) \quad x = r \cos \theta \quad (3-1)$$

که در آن (x, y) مختصه‌های دستگاه مختصات کارتزین و (r, θ) مختصه‌های دستگاه مختصات شار می‌باشند (شکل ۱). در این جا شرط تقارن دستگاه چنبره‌ای یعنی $\partial/\partial\phi=0$ منظور شده است. روشن است که میانگین‌گیری باید در دستگاه مختصات شار صورت گیرد و با توجه به این موضوع، وابستگی پارامتر زاویه θ نیز حذف شده و مسأله یک بعدی می‌شود. در شکل ۲ سطوح شار مغناطیسی توکامک دماوند محاسبه و ترسیم گردیده‌اند [۱۱].



شکل ۱- دستگاه مختصات شار (ρ, θ, ϕ) .



شکل ۲- سطوح شار مغناطیسی در توکامک دماوند $(R_0/a \sim 5.1, k \sim 1.2)$ ، $n_e \sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$ و $T_e \sim 300 \text{eV}$ و $T_i \sim 150 \text{eV}$.

مدلی سازگار، کسر ذرات به دام افتاده را بدست می‌آوریم، سپس با استفاده از پروفیل کسر ذرات به دام افتاده و با توجه به روابط مناسب برای محاسبه ضریب هدایت نئوکلاسیک در توکامک دماوند آن را به دست می‌آوریم. نمودارهای لازم با توجه به آرایش در نظر گرفته شده برحسب عکس نسبت منظر حساب و ترسیم شده‌اند.

۲- ارائه مدل حل الکترومغناطیسی

با توجه به معادله گراد-شفرانف برای دستگاه چنبره‌ای توکامک در دستگاه مختصات استوانه‌ای (R, ϕ, Z) می‌توان نوشت [۱]:

$$\Delta^* \psi = R \nabla \cdot \left(\frac{1}{R} \nabla \psi \right) \equiv R \frac{\partial}{\partial R} \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = -\mu_0 R^2 P'(\psi) - \mu_0^2 f(\psi) f'(\psi) \quad (1)$$

که در آن $\Psi(R, Z)$ شار مغناطیسی قطبی، $P(\Psi)$ فشار پلاسما و $f(\Psi)$ تابعی است که عموماً از حل معادلات توأم با ترابرد بدست می‌آید. همچنین μ_0 ضریب گذردهی مغناطیسی خلاء و $\Delta^*(.) \equiv R \nabla \cdot \left[\frac{1}{R} \nabla \psi(.) \right]$ به یادآوری است که عملگر لاپلاسی در دستگاه استوانه‌ای با تقارن استوانه‌ای عبارتست از $\Delta^*(.) \equiv \frac{1}{R} \nabla \cdot [R \nabla \psi(.)]$. حال در حالت ساده با استفاده از مدل تعادلی Solov'ev [۹ و ۱۰] اندازه میدان مغناطیسی برابر است با:

$$B = B_0 / (1 + \varepsilon \cos \theta) \quad (2)$$

که در آن B_0 ماکزیموم مقدار میدان مغناطیسی در هر سطح مغناطیسی و کمیت ε عکس نسبت منظر^(۳) توکامک می‌باشد. در این حالت $\varepsilon \ll 1$ در نظر گرفته شده است؛ برای توضیح بیشتر پیرامون رابطه ۲ به پیوست (الف) مراجعه شود.

چنانچه کمیت $k(r)$ تابعی باشد که میزان کشیدگی یا بیضی شکلی سطوح را نشان دهد، آنگاه برای توکامک کشیده با سطوح شار بیضوی شکل هم مرکز Δ (جابجایی صفر) در حالتی که تغییرات کشیدگی^(۴) کند باشد $(|d \ln k / d \ln r| \ll 1)$ ، می‌توان معادله سطوح را در دستگاه مختصات کارتزین به این صورت در نظر گرفت:



همچنین برای انتگرال وابسته به θ در صورت رابطه (۶) داریم:

$$\int_0^{2\pi} Jhd\theta = rk(r) \left[1 + \frac{1}{2} \frac{rk'(r)}{k(r)} \right] \times \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + \frac{r}{R} \cos\theta} - r^2 k'(r) \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\theta}{1 + \frac{r}{R} \cos\theta} d\theta \quad (۸)$$

حال با استفاده از روشهای انتگرالگیری معین تحلیلی (حساب شده به وسیله نرم افزار Mathematica) برای عبارات (۷) و (۸) می توان نوشت:

$$\langle h \rangle = \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} - \frac{\varepsilon k'(\varepsilon)}{k(\varepsilon) + \frac{1}{2} \varepsilon k'(\varepsilon)} \times \frac{2 - \varepsilon^2 \sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon^2 \sqrt{1-\varepsilon^2}} \quad (۹)$$

حال تابع بیضی گون سطوح $k(r)$ را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$k(\varepsilon) \cong 1 + \alpha \varepsilon^2 \quad (۱۰)$$

با توجه به نسبت منظر در توکامک دماوند $\varepsilon_{\max} = (5.1)^{-1}$ و امکان کشیدگی توکامک دماوند $K(a) = 1.2$ می توان ضریب α را حساب کرد که برابر است با $\alpha \cong 5.2$:

$$k(\varepsilon) = 1 + 5.2\varepsilon^2$$

و از محاسبه داریم:

$$k'(\varepsilon) = 10.4\varepsilon$$

بنابراین میانگین مقدار h ، گشتاور اول میدان مغناطیسی بر حسب ε عبارت است از:

$$\langle h \rangle = \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} - \frac{10.4\varepsilon^2}{1+10.4\varepsilon^2} \left[\frac{2-\varepsilon^2-2\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon^2\sqrt{1-\varepsilon^2}} \right] \quad (۱۱)$$

۳- انجام محاسبات برای کسر ذرات به دام افتاده

مقدار میانگین در دستگاه مختصات شار کمیت Φ با توجه به تقارن دستگاه را به این صورت تعریف می کنیم. شکل ۱ دستگاه مختصات شار را در هندسه چنبره ای و مختصه های آن را نشان می دهد [۱۱ و ۱۲]:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} J \Phi d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} J d\theta d\varphi} \quad (۴)$$

که در آن $J = \sqrt{g}$ ژاکوبین دستگاه مختصات و انتگرال در کل زاویه ای قطبی می باشد و:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi$$

همچنین g ضریب متریک تبدیل دستگاه مختصات کارترین به دستگاه مختصات شار می باشد. حال با توجه به معادلات (۳) می توان نوشت:

$$J(r) = rk(r) \left[1 + \frac{1}{2} \frac{rk'(r)}{k(r)} - \frac{1}{2} \frac{rk'(r)}{k(r)} \cos(2\theta) \right] \quad (۵)$$

به جای محاسبه میانگین B برای سهولت کار، کمیت h را بدست می آوریم که عبارت است از:

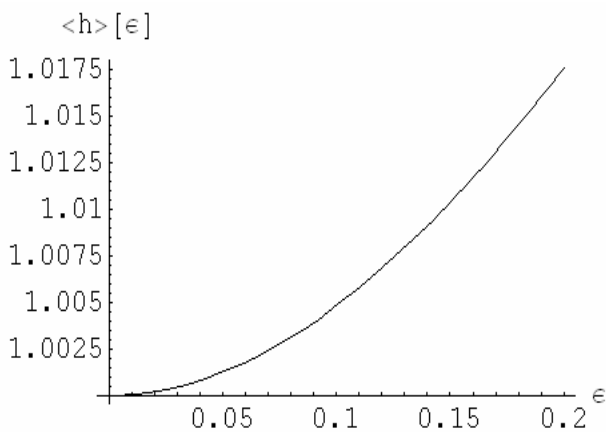
$$h = B/B_0 = 1/(1 + \varepsilon \cos\theta)$$

پس برای h با توجه به رابطه (۴) می توان نوشت:

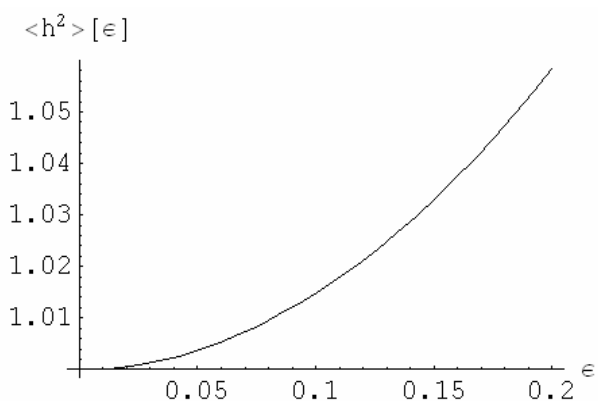
$$\langle h \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} Jhd\theta}{\int_0^{2\pi} Jd\theta} \quad (۶)$$

با توجه به رابطه (۵) برای $J(r)$ بدست می آید:

$$\int_0^{2\pi} Jd\theta = \pi \frac{d}{dr} [r^2 k(r)] \quad (۷)$$



شکل ۳- پروفیل میدان مغناطیسی (ممان اول) در توکامک دماوند.



شکل ۴- پروفیل میدان مغناطیسی (ممان دوم) در توکامک دماوند.

$\bar{f}_t = 0.381$ تخمین زده می‌شود. از طرف دیگر رابطه مرتبه اولی بر طبق مرجع مشهور [۱۷] برای کسر ذرات بدام افتاده برای توکامک دماوند به صورت $f_t \approx 1.46\sqrt{\epsilon}$ در می‌آید که ضمن میانگین‌گیری مقدار تقریبی نظری حاصل از محاسبات مرتبه اول $\bar{f}_t = 0.435$ را بدست می‌دهد. در اینجا می‌توان نتیجه گرفت که مقدار میانگین \bar{f}_t حاصل از محاسبات تقریبی نسبت به محاسبات دقیق‌تر ارائه شده در این مقاله حدود ۱۴٪ خطا نشان می‌دهد. نکته قابل ذکر دیگر، تفاوت نحوه رفتار f_t در مجاورت محور پلاسما است. در حالیکه طبق محاسبات تقریبی و مرتبه اول از [۱۷]، f_t در نزدیکی محور پلاسما به صفر میل می‌کند، محاسبات دقیق‌تر طبق شکل ۵ نشان می‌دهند که f_t مقداری محدود و تقریباً برابر $f_t \approx 0.395$ را روی محور پلاسما می‌پذیرد. این نکته احتیاج به مطالعه‌ای عمیق و دقیق‌تر را خاطر نشان می‌سازد، که مؤلفین در کارهای آتی به آن خواهند پرداخت.

در شکل ۳ مقدار $\langle h \rangle$ در مورد توکامک دماوند، برای سطوح مختلف شار و برحسب شعاع فرعی رسم شده است. می‌توان به طریق مشابه نشان داد که:

$$\langle h^2 \rangle = \frac{1}{(1-\epsilon^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\frac{1}{2}\epsilon k'(\epsilon)}{k(\epsilon) + \frac{1}{2}\epsilon k'(\epsilon)} \times \frac{2(1-\epsilon^2)^{\frac{3}{2}} + (3\epsilon^2 - 2)}{\epsilon^2(1-\epsilon^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (12)$$

پروفیل به دست آمده از این محاسبات در شکل ۴ نشان داده شده است. به همین ترتیب گشتاورهای بعدی $\langle h \rangle$ را می‌توان حساب کرد. یکی از کاربردهای کمیت حساب شده، در بدست آوردن کسر ذرات به دام افتاده است [۱۳ و ۱۴]:

$$f_t = 1 - \frac{3}{4} \langle h^2 \rangle \int_0^1 \frac{\lambda d\lambda}{\langle (1-\lambda h)^{1/2} \rangle} \quad (13)$$

که f_t کسر ذرات به دام افتاده و λ زاویهٔ هنجار شدهٔ چرخش مدار ذره است و $\langle \cdot \rangle$ بیانگر میانگین‌گیری روی سطوح مغناطیسی می‌باشد. در تعیین مقدار دقیق ذرات به دام افتاده بر اساس مدل ارائه شده توسط Lin-Liu [۱۵ و ۱۶] داریم:

$$f_t = \omega f_{tu} + (1-\omega) f_{tl} \quad (14)$$

که در آن:

$$f_{tl} = 1 - \frac{3}{8} \langle h^2 \rangle \left(1 + \frac{1}{3} \langle h \rangle + \frac{3}{16} \langle h^2 \rangle + \dots \right) \quad (15-1)$$

$$f_{tu} = 1 - \frac{3}{8} \langle h^2 \rangle \left(1 + \frac{1}{3} \langle h \rangle + \frac{3}{16} \langle h^2 \rangle + \frac{1}{8} \langle h^3 \rangle + \dots \right) \quad (15-2)$$

$$\omega \approx 0.732 \quad (15-3)$$

به این ترتیب لازم است ممانهای بعدی h نیز برای حصول دقت بالاتر حساب شوند.

از اینجا به وسیلهٔ تعریف $\bar{f}_t^{\Delta} = \frac{1}{\epsilon_{\max}} \int_0^{\epsilon_{\max}} f_t(\epsilon) d\epsilon$ مقدار میانگین برای کسر ذرات بدام افتاده در توکامک دماوند برابر با



۴- هدایت نئو کلاسیک

هم اکنون می‌توان با داشتن پروفیل کسر ذرات به دام افتاده یعنی f_t ، به محاسبه کمیت‌های لازم از جمله ضریب هدایت نئو کلاسیک پرداخت. یک تقریب تحلیلی دقیق برای محاسبه این کمیت در حالت نسبت منظر بزرگ و در سه رژیم برخوردی نئو کلاسیک عبارت است از [۱۸]:

$$\Lambda_E(\bar{Z}) = \frac{3.40}{\bar{Z}} \times \left(\frac{1.13 + \bar{Z}}{2.67 + \bar{Z}} \right) \quad (17-1)$$

$$C_R(\bar{Z}) = \frac{0.56}{\bar{Z}} \times \left(\frac{3.0 - \bar{Z}}{3.0 + \bar{Z}} \right) \quad (17-2)$$

$$\xi(\bar{Z}) = 0.58 + 0.20\bar{Z} \quad (17-3)$$

در مدل دیگری از [۱۹] داریم:

$$\frac{\sigma_{Neo}}{\sigma_0} = \left(1 - \frac{f_t}{1 + \xi(Z_{eff})v_{*e}} \right) \times \left(1 - \frac{C(Z_{eff})f_t}{1 + \xi(Z_{eff})v_{*e}} \right) \quad (18)$$

که در آن C تابعی قابل مقایسه با C_R در مدل قبلی است. اما مدل کلی و جدیدتر Sauter et. al [۱۵ و ۱۹] در همه حالات تعادلی و برخوردی قابل استفاده است، که در آن:

$$\frac{\sigma_{Neo}}{\sigma_0} = 1 - \left(1 + \frac{0.36}{Z} \right) X + \frac{0.59}{Z} X^2 - \frac{0.23}{Z} X^3 \quad (19)$$

در اینجا برای پارامتر X داریم:

$$X = \frac{f_t}{1 + (0.55 - 0.1f_t)\sqrt{v_{*e}} + 0.45(1 - f_t)v_{*e}/Z^{3/2}} \quad (20)$$

در تئوری نئو کلاسیک با توجه به اثر هندسه چنبره‌ای توکامک، ذرات به دام افتاده در مدارهای موزی میدان مغناطیسی به کاهش رسانایی پلاسما منجر می‌شوند [۱۷، ۲۰، ۲۱ و ۲۲]. در شکل‌های ۶ و ۷ نتایج محاسبات برای ضریب هدایت نئو کلاسیک (۱۹) آمده است.

رفتار افزایشی هدایت الکتریکی بر حسب نسبت منظر تا حدی قابل تأمل است، زیرا کاهش میدان مغناطیسی در شعاع فرعی بزرگتر موجب کسر کوچکتر ذرات به دام افتاده و در نتیجه رسانایی بیشتر می‌گردد. پس می‌توان گفت که حداکثر کاهش رسانایی از مقدار اسپیتسر در توکامک دماوند تقریباً برابر ۲۸٪ در مرکز پلاسما خواهد بود. و با رجوع به شکل ۸ این مطلب تأیید می‌گردد.

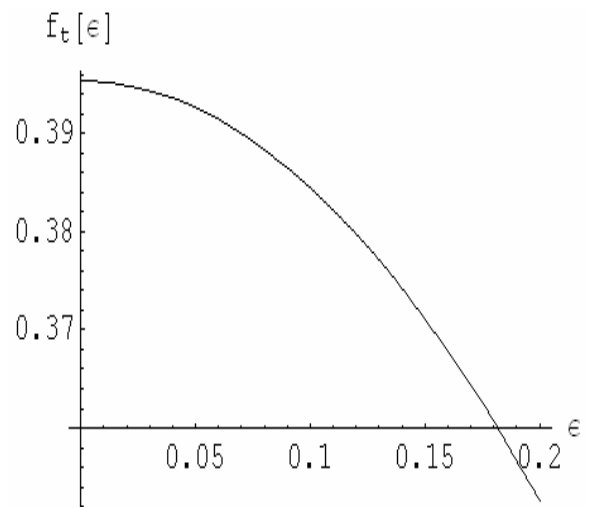
در اینجا $f_t = 0.381$ ، $\bar{Z} = 1$ قرار داده‌ایم. در حالت برخوردپذیری بالا یعنی $v_{*e} \rightarrow \infty$ ، $f_t \rightarrow 0$ ضریب نئو کلاسیک به سمت یک میل می‌کند و ضریب اسپیتسر غالب می‌شود. این همان نتیجه طبیعی است که در رژیم پر برخورد حاصل می‌شود و مانع بدام افتادن ذرات و در نتیجه کاهش رسانایی می‌گردد.

$$\frac{\sigma_{\parallel}}{\sigma_0} = \Lambda_E(\bar{Z}) \left(1 - \frac{f_t}{1 + \xi v_{*e}} \right) \times \left(1 - \frac{C_R(\bar{Z})f_t}{1 + \xi v_{*e}} \right) \quad (16)$$

که در آن σ_{\parallel} و σ_0 به ترتیب هدایت نئو کلاسیک^(۵) و اسپیتسر^(۶)، $\bar{Z} = Z_{eff}$ بار مؤثر پلاسما توکامک بوده و $v_{*e} \triangleq v_e / v_{be}$ پارامتر برخوردپذیری الکترون^(۷) می‌باشد که نسبت به آهنگ بازگشت الکترون^(۸) v_{be} نرمالیزه شده است و به وسیله رابطه زیر داده می‌شود [۲]:

$$v_{*e} = \frac{r}{\varepsilon^{3/2} \tau_e} \frac{B_{\phi}}{\sqrt{T_e/m_e} B_{\theta}}$$

در این رابطه τ_e زمان برخورد الکترونها بوده و دمای الکترونی T_e بر حسب انرژی بیان می‌گردد. لازم به ذکر است که هدایت اسپیتسر یا نئو کلاسیک، به ترتیب قابلیت هدایت یک ستون استوانه‌ای پلاسما و یک چنبره پلاسما می‌باشند. همچنین داریم:



شکل ۵ - پروفیل کسر ذرات به دام افتاده در توکامک دماوند.



۵- نتیجه گیری

در این مقاله سعی شده است به محاسبه و بررسی برخی از پارامترهای مؤثر در محاسبات پدیده ترابرد پلاسما در توکامک دماوند با توجه به ویژگیهای این دستگاه خاص پردازیم. از اینرو با استفاده از مدل‌های مناسب در مراجع جدید چندین کمیت مهم به دست آمده‌اند. پروفیل میانگین شار میدان مغناطیسی برای سطوح پلاسما با توجه به مدل تعادلی استاندارد Soloveev که در آن $R \gg r$ است بدست آمد. در حالت خاص توکامک دماوند تابع بیضی‌گونی K مناسبی در نظر گرفته شد و به وسیله آن محاسبات لازم صورت گرفت و با ممانهای آن کسر ذرات به دام افتاده با توجه به مدل Lin-Liu و سرانجام ضریب هدایت نئوکلاسیک Sauter حساب شده و پروفیل‌های لازم به دست آمده‌اند. ملاحظه شده است که با افزایش عکس نسبت منظر، کسر ذرات به دام افتاده در مدارهای موزی، همچنین قابلیت هدایت پلاسما کاهش می‌یابد.

پیوست الف: تقریب Soloveev

در این پیوست پیرامون تقریب Soloveev در رابطه (۲) اثبات نسبتاً کوتاهی در نظر گرفته شده است. با توجه به تقریب نسبت منظر بزرگ، میدان مغناطیسی قطبی B_θ از رابطه زیر به دست می‌آید [۱].

$$B_\theta = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \psi = \frac{1}{R_0 + r \cos \theta} \frac{\partial}{\partial r} \psi \quad (\text{الف-۱})$$

از طرفی

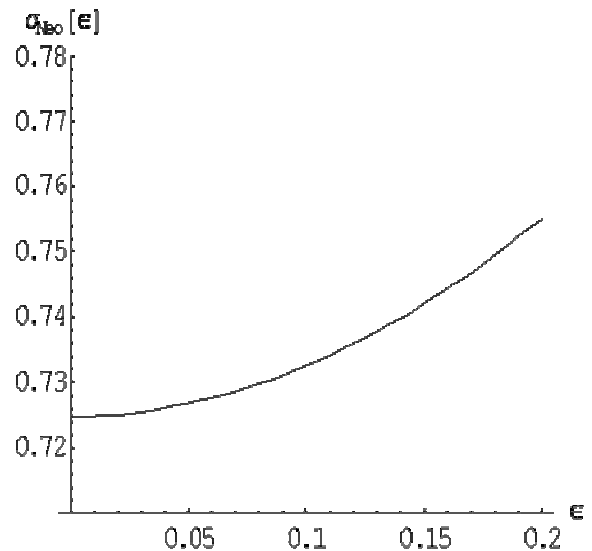
$$B_\theta \approx \varepsilon B_\phi \quad (\text{الف-۲})$$

که در آن $B_\phi \equiv B$ همان میدان مغناطیسی چنبره‌ای است. پس بدست می‌آید:

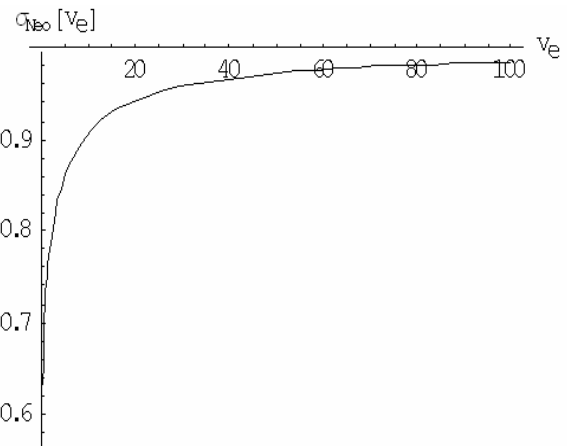
$$B_\phi = \frac{1}{\varepsilon R} \frac{\partial}{\partial r} \psi = \frac{1}{r + \varepsilon r \cos \theta} \frac{\partial}{\partial r} \psi \quad (\text{الف-۳})$$

حال با بسط $\frac{\partial}{\partial r} \Psi$ داریم:

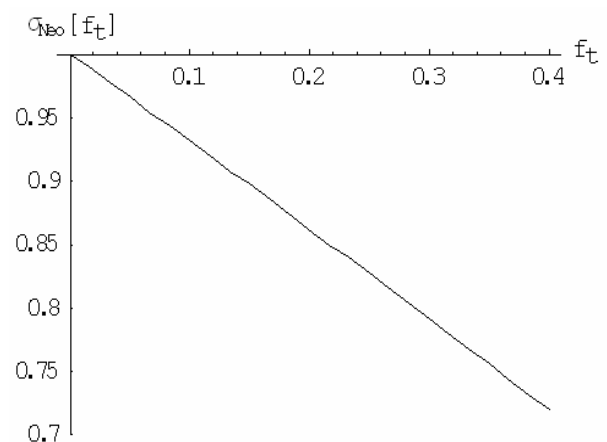
$$\frac{\partial \psi}{\partial r} \approx \frac{\partial \psi}{\partial r} \Big|_{R=R_0} + \varepsilon R_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \Big|_{R=R_0} + (\varepsilon R_0)^2 \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} \Big|_{R=R_0} + \dots \quad (\text{الف-۴})$$



شکل ۶- ضریب هدایت نئوکلاسیک نرمالیزه (σ_{Neo}/σ_0) در توکامک دماوند بر حسب عکس نسبت منظر ε .



شکل ۷- ضریب هدایت نئوکلاسیک نرمالیزه (σ_{Neo}/σ_0) با توجه به فرکانس برخورد نرمالیزه V_e^* .



شکل ۸- ضریب هدایت نئوکلاسیک نرمالیزه (σ_{Neo}/σ_0) با توجه به کسر ذرات به دام افتاده I_t .

**References:**

1. J. Wesson, ed, "Tokamaks," 3rd edition, Clarendon Press, Oxford, (2004).
2. T.J. Dolan, "Fusion Research," rev. ed, Pergamon Press, (2001).
3. S. Dean, "Fifty years of U.S. fusion research, an overview of programs," Nuclear News, 34-40 (2002).
4. N.B. Morley, M.A. Abdou, M. Anderson, P. Calderoni, R.J. Kurtz, R. Nygren, R. Raffray, M. Sawan, P. Sharpe, S. Smolentsev, S. Willms, A.Y. Ying, "Overview of fusion nuclear technology in the US," Fusion Engineering and Design, **81**, 33-43 (2006).
5. S. Tanaka, "Overview of research and development activities on fusion nuclear technologies in Japan," Fusion Engineering and Design, **81**, 13-24 (2006).
6. Y. Strebkov and V. Belyakov, "Review of the activity in Russia in the area of fusion nuclear technology," Fusion Engineering and Design, **81**, 45-58 (2006).
7. R. Andreani, E. Diegele, W. Gulden, R. Lässer, D. Maisonier, D. Murdoch, M. Pick, Y. Poitevin and The ITER-EFDA team at Garching, "Overview of the European Union fusion nuclear technologies development and essential elements on the way to DEMO," Fusion Engineering and Design, **81**, 25-32 (2006).
8. Y. Shimomura and for the ITER International Team and Participant Teams, "Preparation of ITER construction and operation," Fusion Engineering and Design, **81**, 3-11 (2006).
9. L.S. Solov'ev, Soviet Physics JETP, Vol. 26, 400 (1968).
10. H. Maaberg and C.D. Beidler, "Self-consistent neoclassical transport coefficients for elongated Tokamaks," Proceedings of 31st EPS Conference on Plasma Physics, London, **28G**, 1.100 (28 June-2 July 2004).
11. ف. دینی، «شبهه سازی ترابرد در حوزه زمان در توکامک دماوند»، پایان نامه دکتری، دانشکده مهندسی هسته‌ای، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران (دی ۱۳۸۲).

اما از طرف دیگر از تعریف مرکز پلاسما بر می آید که

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{R=R_0} = 0$$

با صرف نظر از جملات از مرتبه ε^2 و بالاتر و

با ادغام روابط (۴-الف) و (۳-الف) در نهایت بدست می آید:

$$B_\phi \cong \frac{\varepsilon R_0}{r + \varepsilon r \cos \theta} \left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{R=R_0} = \frac{1}{1 + \varepsilon \cos \theta} \left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{R=R_0} \quad (۵-الف)$$

اما چون روی محور پلاسما $B_\phi|_{r=0} = B_0$ برقرار است، پس

$$B_0 = \left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{R=R_0} \quad (۵-الف)$$

طبق Solov'ev، بنابراین معادله

بدست خواهد آمد:

$$B_\phi \cong \frac{B_0}{1 + \varepsilon \cos \theta} \quad (۶-الف)$$

تشکر و قدردانی:

مؤلفان مقاله بدینوسیله مراتب سپاس خود را نسبت به داوران محترم مقاله که راهنماییهای ارزنده ایشان موجبات بهبود عمده کیفیت مقاله را پدید آورد اعلام می دارند. همچنین جا دارد از استاد گرامی جناب آقای دکتر حبیب الله مینو به خاطر بحث‌های سازنده و راهگشا تشکر به عمل آید.

پی نوشت‌ها:

۱- Axisymmetric Configuration

۲- ITER: International Thermonuclear Experimental Reactor

۳- Aspect Ratio

۴- Elongation

۵- Neoclassical Conductivity

۶- Spitzer Conductivity

۷- Electron Collision Frequency

۸- Electron Bounce Frequency



۱۲. ر. امراللهی، ف. دینی، س. خراسانی، «شبه‌سازی تعادل پلاسمای کشیده در توکامک دماوند»، مجموعه مقالات اولین کنفرانس کاربردهای فیزیک و علوم هسته‌ای، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ۲۵۹-۲۶۱ (بهمن ۱۳۷۸).
- 13.S.P. Hirshman and D.J. Sigmar, "Neoclassical transport of impurities in Tokamak plasmas," *Nuclear Fusion*, **21**, 1079-1180 (1981)
- 14.S.P. Hirshman, "Finite-aspect-ratio effects on the bootstrap current in Tokamaks," *Physics of Fluids*, **31**, 3150-3152 (1988).
- 15.M.C.R. Andrade and G.O. Ludwig, "Comparison of bootstrap current and plasma conductivity models applied in a self-consistent equilibrium calculation for Tokamak plasmas," *Nuclear Fusion*, **45**, 48-64 (2005).
- 16.Y.R. Lin-Liu and R.L. Miller, "Upper and lower bounds of the effective trapped particle fraction in general Tokamak equilibria," *Physics of Plasmas*, **2**, 1666-1668 (1995).
- 17.A.A. Galeev and R.Z. Sagdeev, "Transport phenomena in a collisionless plasma in a toroidal magnetic system," *Soviet Physics JETP*, **26**, 233-240 (1968).
- 18.S.P. Hirshman, R.J. Hawryluk, B. Birge, "Neoclassical conductivity of a Tokamak plasma," *Nuclear Fusion*, **17**, 611-614 (1977).
- 19.O. Sauter, C. Angioni, Y.R. Lin-Liu, "Neoclassical conductivity and bootstrap current formulas for general axisymmetric equilibria and arbitrary collisionality regime," *Physics of Plasmas*, **6**, 2834-2839 (1999); Erratum: **9**, 5140 (2002).
- 20.J.P.H.E. Ongena, M. Evard, D. McCune, "Numerical transport codes," *Fusion Science and Technology*, **49**, 337-345 (2006).
- 21.F.L. Hinton and R.D. Hazeltine, "Theory of plasma transport in toroidal confinement systems," *Reviews of Modern Physics*, **48**, 239-308 (1976).
- 22.A.H. Boozer, "Physics of magnetically confined plasmas," *Reviews of Modern Physics*, **76**, 1071-1141 (2004).